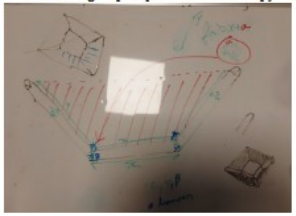
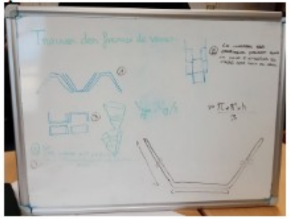
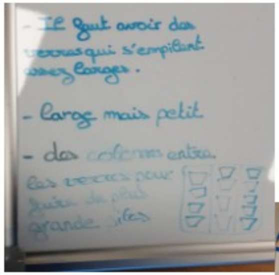
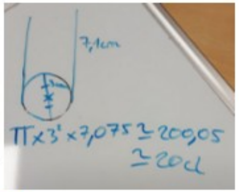
Groupe G – Classe 20 : 3ème 2 du collège Raoul Dufy à Lyon (Mme Piolti)

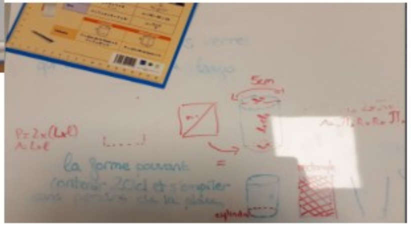
Recherche de la classe de 3ème 2 semaine 3
Plusieurs options différentes ont été retenues :
1) un cône tronqué
2) une pyramide tronquée
Ces deux formes permettent d'emboiter et de ranger dans les deux sens pour gagner de la place
3) des verres cylindriques composés de deux cylindres de diamètres différents pour permettre l'emboitement
4) des verres à pied qui pourraient tout de même s'emboiter.
des variations autour de ces idées : par exemple un verre donc la base est un carré mais dont le haut est circulaire pour un design plus esthétique et donc la base permet de s'emboiter dans un autre verre.
Côté mathématique, il faut vérifier les conversions (cm^3 / cL) trouver des formules de volumes (avec une soustraction pour les cônes ou pyramide tronquées) et déterminer la hauteur et le diamètre des verres.
Pour l'instant, il n'y a pas de consensus dans la classe, nous choisirons plus tard on fonction des solutions les plus optimales
Les deux groupes qui choisissent les pyramide tronquées :











Groupe H – Classe 21 : 3ème 3 du collège Raoul Dufy à Lyon (Mme Piolti)

Plusieurs options différentes ont été retenues :
1) un cône tronqué
2) une pyramide tronquée
Ces deux formes permettent d'emboiter et de ranger dans les deux sens pour gagner de la place
3) des verres cylindriques composés de deux cylindres de diamètres différents pour permettre l'emboitement
4) des verres à pied qui pourraient tout de même s'emboiter.
des variations autour de ces idées : par exemple un verre donc la base est un carré mais dont le haut est circulaire pour un design plus esthétique et donc la base permet de s'emboiter dans un autre verre.
Côté mathématique, il faut vérifier les conversions (cm^3 / cL) trouver des formules de volumes (avec une soustraction pour les cônes ou pyramide tronquées) et déterminer la hauteur et le diamètre des verres. pour les cônes et pyramide tronquées, nous aurons peut-être besoin de la trigonométrie
Pour l'instant, il n'y a pas de consensus dans la classe, nous choisirons plus tard on fonction des solutions les plus optimales

Groupe H – Classe 22 : 3ème A
du collège des Trois Vallées à Florac (Mme Agulhon)

PROBLEME RESCO – Sujet 2026

- Données :
  - ➢ 1 000 verres
  - ➢ Contenance maximale d'un verre : 20 cL = 200 cm³
  - ➢ Epaisseur du verre : 2 mm
  - ➢ Un seul modèle de verre
  - ➢ Possibilité d'empiler les verres
  - ➢ Hauteur maximale de la pile : 40 cm.

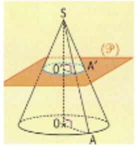
- Objectifs - Tâches à réaliser :
  1. **Proposer un modèle de verre :**
     - ✓ Représenter le verre en 3D.
     - ✓ Représenter une coupe de ce verre (c'est-à dire une section du verre perpendiculaire à la surface de base et passant par le centre du verre), une vue de dessus et une vue de dessous en vraie grandeur.
     - ✓ Indiquer sur le schéma toutes les côtes (c'est-à dire toutes les longueurs nécessaires à la réalisation du verre et aux calculs des volumes)
     - ✓ On peut compléter ce travail par des représentations du verre à l'aide de Geogebra.
  2. **Calculer le volume exact du verre (en cm³ puis en cL).**
     - ➢ Calculer le volume intérieur du verre. Essayer de s'approcher au plus près d'un volume de 20 cL.
     - ➢ Calculer le volume extérieur du verre (pour rappel : épaisseur du verre : 2 mm).
  3. **Estimer combien il faut de verres pour avoir une hauteur maximale de verres empilés inférieure à 40 cm.**
     On peut s'aider de la représentation à l'échelle de la question 1.
  4. **Calculer le volume total occupé par les verres.**

- Les connaissances et compétences potentiellement mobilisées (selon les choix faits par le groupe) :
  1. Les calculs de volumes
  2. Les conversions (convertir des cL en cm³)
  3. Représenter des solides en 3D
  4. Représenter des sections de solides à une échelle donnée
  5. La propriété de section d'un cône (ou d'une pyramide) par un plan parallèle à la base :

Propriété de section d'un cône par un plan parallèle au disque de base :

La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un cercle ou un disque qui est une réduction du cercle ou du disque de base.

Exemple :
On coupe le cône de sommet S, dont la base est le disque de centre O et de rayon r, par le plan parallèle à sa base.

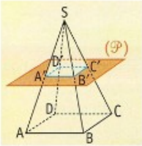


La section est un cercle de rayon r' qui est une réduction du cercle de base.

Propriété de section d'une pyramide par un plan parallèle au disque de base :

La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone qui est une réduction du polygone constituant la base de la pyramide.

On coupe la pyramide de sommet S, dont la base est le parallélogramme ABCD, par le plan (P) parallèle à sa base.



La section A'B'C'D' est un parallélogramme qui est une réduction du parallélogramme ABCD.

6. La propriété sur les agrandissements et réduction :

Propriété d'agrandissement - réduction :
Si on multiplie les longueurs par k, alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes sont multipliés par k^3.

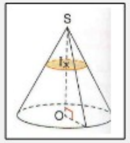
Par exemple :
volume du grand cône = c^3 x volume du petit cône
où c est le coefficient d'agrandissement (R = k x r).

$$c = \frac{SO}{SI} = \frac{R}{r} = \frac{H}{h}$$

volume du petit cône = k^3 x volume du grand cône
où k est le coefficient de réduction (R = k x r).

$$k = \frac{SI}{SO} = \frac{r}{R} = \frac{h}{H}$$

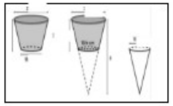
R et H (rayon et hauteur du grand cône), r et h (rayon et hauteur du petit cône)



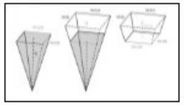
7. Le calcul littéral
8. Le tableur, la calculatrice, Geogebra, …

- Verre formé par 2 cylindres emboités :
  Volume d'un cylindre :
  V = π x R² x h

- Verre formé par un tronc de cône :
  Volume d'un cône :
  V = π x R² x h / 3



- Verre formé par un tronc de pyramide :
  Volume d'une pyramide :
  V = aire de la base x hauteur / 3



Groupe I – Classe 23 : 3ème B
du collège des Trois Vallées à Florac (Mme Agulhon)

PROBLEME RESCO – Sujet 2026

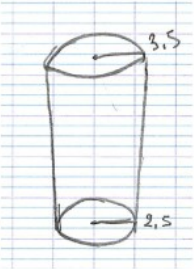
Classe 3°B – Collège de Florac

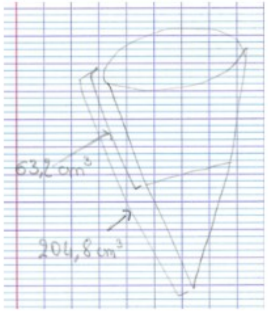
Synthèse des recherches de la séance 1

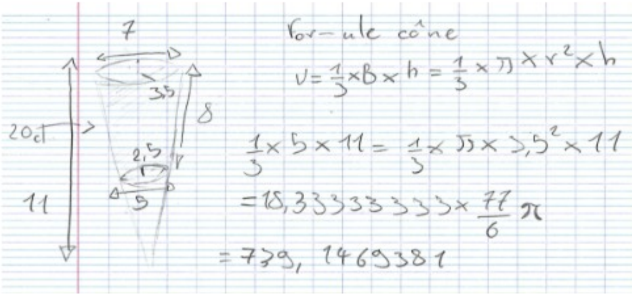
- **Séance 1 :**
  - Nous avons pris connaissance de vos réponses à nos questions, puis de la relance.
  - Nous avons fait la synthèse des informations dont nous disposons maintenant :

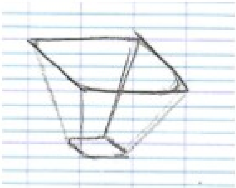
> - 1 000 verres
> - Contenance maximale d'un verre : 20 cL = 200 cm³
> - Epaisseur du verre : 2 mm
> - Un seul modèle de verre
> - Possibilité d'empiler les verres
> - Hauteur maximale de la pile : 40 cm.

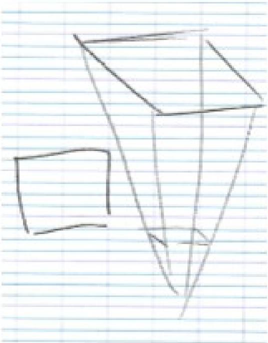
- **1° objectif : par groupe de 4 élèves, nous avons réfléchi à un modèle de verre et essayons de déterminer son volume.**
  Voici quelques-uns de nos premiers travaux :

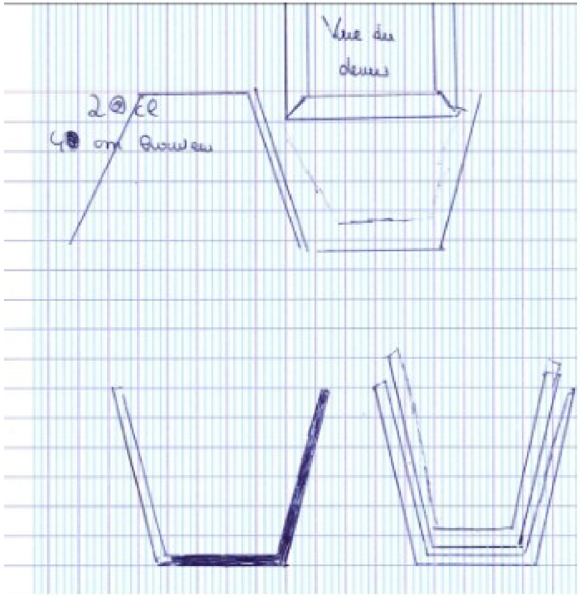












Groupe I – Classe 24 : 3ème A
du collège La Fontaine Margot à Brest (M. Hérisset)

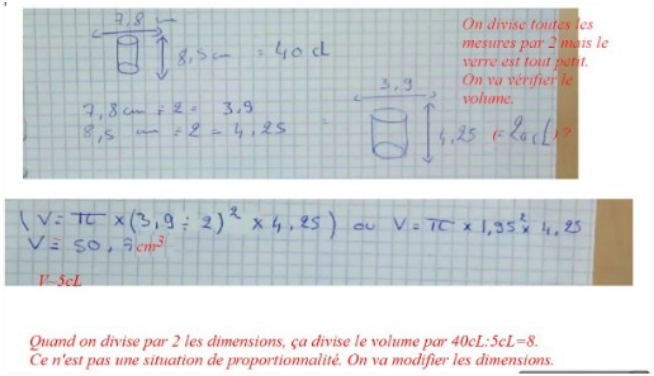
Séance 3 au collège La Fontaine Margot de Brest

Le travail s'est déroulé sur trois séances d'une heure (une en demi-groupe et deux en classe entière). Lors de la première séance, les élèves ont pris connaissance des réponses d'autres classes et des remarques de l'IRES de Montpellier dans le cadre de la résolution collaborative. Après avoir étudié différentes formes de verres, le choix s'est porté sur des verres empilables, assimilés à un solide composé de deux cylindres (un plus étroit à la base et un plus large en haut).

Certaines contraintes (empilement maximal de 40 cm et contenu du placard) ont été prisent en compte ; celles concernant le placard ont donc été abandonnées. Un modèle de verre trouvé sur Internet, annoncé comme contenant 20 cL, a servi de base (modèle fourni lors de la séance 2).

En assimilant ce verre à un cylindre, le calcul du volume a montré une incohérence : le volume réel correspondait en fait à 40 cL, ce qui a conduit à un travail approfondi sur les conversions de volumes (cL, cm³, dm³, litres).

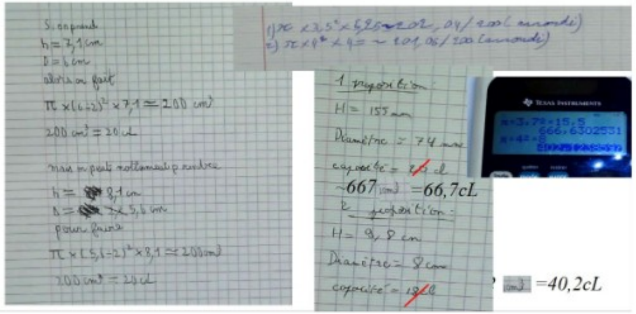
Les élèves ont ensuite tenté de réduire les dimensions du verre pour gagner de la place.



En divisant toutes les dimensions par 2, ils ont constaté que le volume n'était pas divisé par 2 mais par 8, ce qui a permis de comprendre que le volume d'un solide varie avec le cube du coefficient de réduction. L'objectif est alors devenu de trouver un coefficient permettant de conserver les proportions du verre tout en obtenant un volume de 20 cL.

Lors des séances suivantes, plusieurs modèles de verres ont été proposés et comparés : certains étaient cohérents, d'autres mal proportionnés ou de volume incorrect (40 cL ou 60 cL). Il a finalement été retenu que le verre pouvait être assimilé à un cylindre, même s'il ne l'est pas parfaitement, avec la possibilité de le modéliser comme deux cylindres empilables.

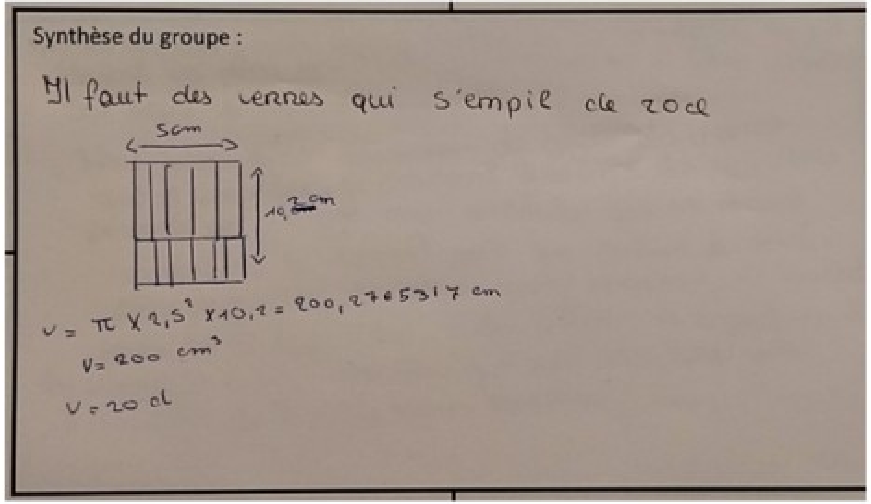
$V = \pi R^2 h$



Lors de la séance de vendredi, de nombreuses questions ont été soulevées et plusieurs propositions ont été formulées. Certains groupes ont envisagé un verre composé de deux cylindres (un en haut et un en bas), chacun contenant 10 cL, soit un total de 20 cL, mais les informations disponibles ne permettaient pas encore de conclure.

La question de l'épaisseur du verre a également été identifiée comme un point important. En s'appuyant sur les travaux des autres classes, l'idée d'un verre plus étroit à la base a été envisagée. Le travail s'est poursuivi autour des conversions entre centilitres et centimètres cubes, ainsi que de la correction et de la vérification des dimensions proposées par les camarades.

Enfin, une question récurrente est restée ouverte : le verre doit-il contenir exactement 20 cL ou une valeur approchée est-elle acceptable ?



Synthèse du groupe :

Il faut des verres qui s'empile de 20cl

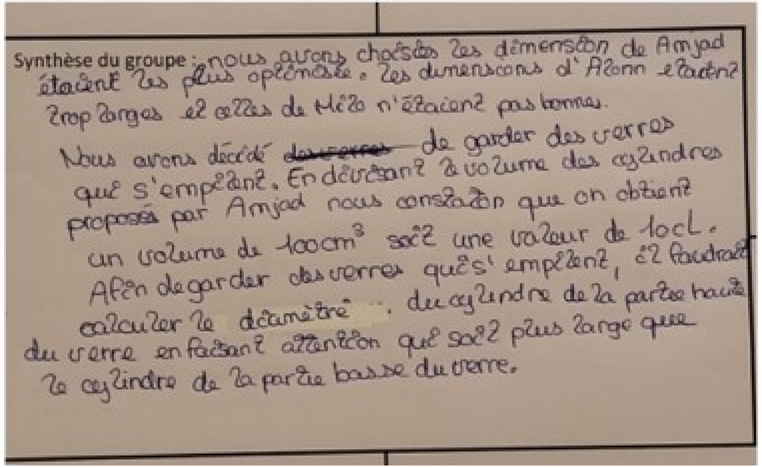
5cm

10,2 cm

$V = \pi \times 2,5^2 \times 10,2 = 200,2765317$ cm

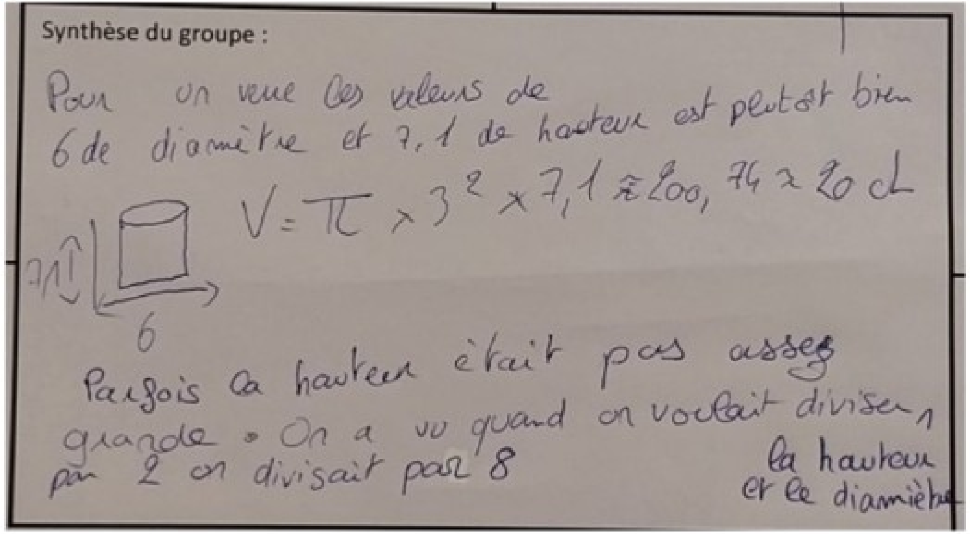
$V = 200$ cm³

$V = 20$ cl



Synthèse du groupe : nous avons choisis les dimension de Amjad étaient les plus optimale. Les dimensions d'Alonn étaient trop larges et celles de Mélo n'étaient pas bonnes.

Nous avons décidé ~~des verres~~ de garder des verres qui s'empilent. En divisant le volume des cylindres proposés par Amjad nous constatons que on obtient un volume de 100cm³ soit une valeur de 10cL. Afin de garder des verres qui s'empilent, il faudrait calculer le diamètre ... du cylindre de la partie haute du verre en faisant attention qu'il soit plus large que le cylindre de la partie basse du verre.



Synthèse du groupe :

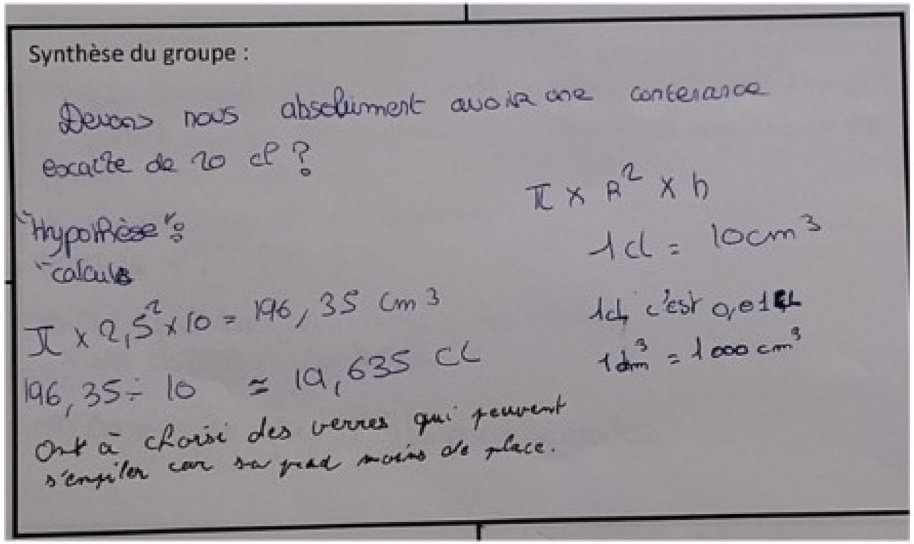
Pour un verre les valeurs de 6 de diamètre et 7,1 de hauteur est plutôt bien

$V = \pi \times 3^2 \times 7,1 \approx 200,74 \approx 20$ cL

7,1

6

Parfois la hauteur était pas assez grande. On a vu quand on voulait diviser par 2 la hauteur et le diamètre on divisait par 8



Synthèse du groupe :

Devons nous absolument avoir une contenance exacte de 20 cl ?

$\pi \times R^2 \times h$

"Hypothèse" :

"calculs"

1 cl = 10cm³

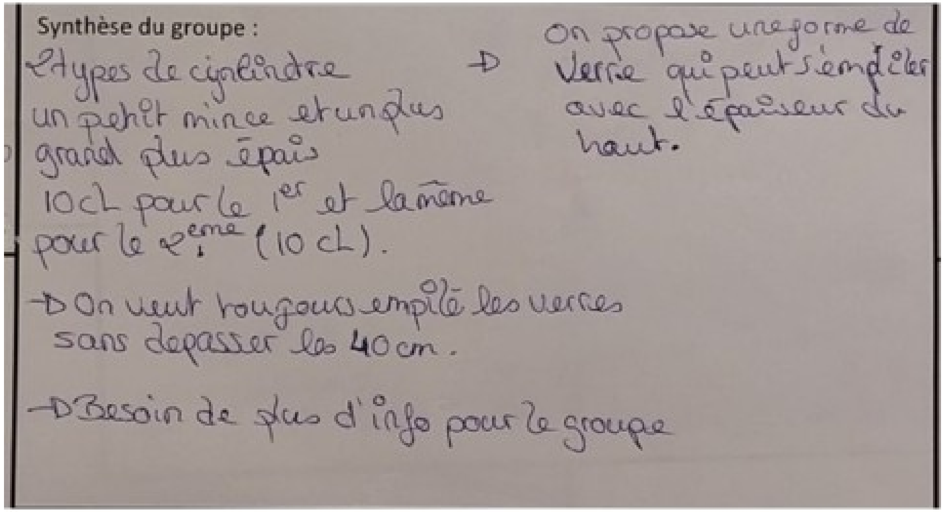
$\pi \times 2{,}5^2 \times 10 = 196{,}35$ cm³

1cl c'est 0,01 L

$1\text{ dm}^3 = 1\,000\text{ cm}^3$

$196{,}35 \div 10 \approx 19{,}635$ cL

Ont à choisi des verres qui peuvent s'empiler car sa prend moins de place.



Synthèse du groupe :

2 types de cylindre un petit mince et un plus grand plus épais 10cL pour le 1er et la même pour le 2ème (10 cL).

→ On propose une forme de verre qui peut s'empiler avec l'épaisseur du haut.

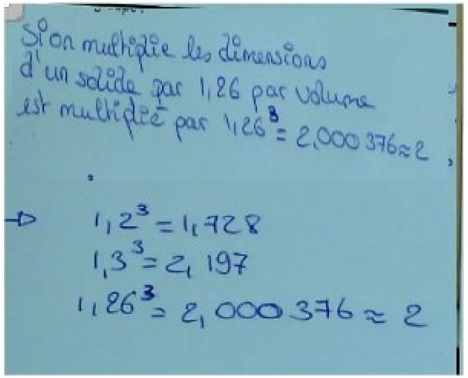
→ On veut toujours empilé les verres sans depasser les 40 cm.

→ Besoin de plus d'info pour le groupe

Le travail reste en cours : la recherche d'un modèle de verre satisfaisant toutes les contraintes se poursuivra lors de la prochaine séance.

Une question reste également en suspens, le volume doit-il être exactement de 20cm³ ? Les calculs n'ont pas permis de trouver exactement ce volume.

Le travail s'est déroulé en demi-classe. Le premier groupe a commencé par analyser les travaux des 3e Clément et a décidé de remettre en question les verres choisis initialement. La plupart des élèves ont cherché le nombre dont le cube est égal à 2 et ont trouvé une valeur approchée de 1,26, ce qui a permis de découvrir l'utilisation de la fonction *racine cubique* sur la calculatrice.



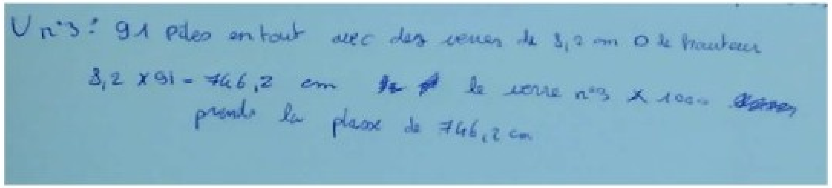
Si on multiplie les dimensions d'un solide par 1,26 par volume est multipliée par $1{,}26^3 = 2{,}000\,376 \approx 2$

→ $1{,}2^3 = 1{,}728$

$1{,}3^3 = 2{,}197$

$1{,}26^3 = 2{,}000\,376 \approx 2$

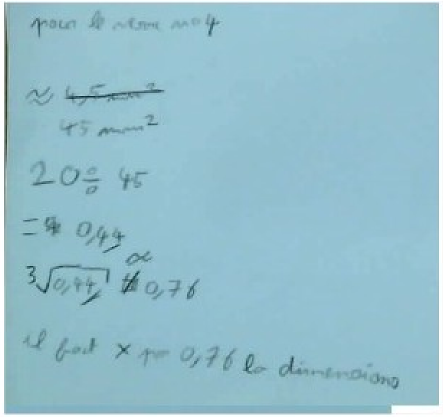
Un autre groupe s'est intéressé au nombre de verres empilables et s'est orienté vers notre choix du modèle de verre.



V n°3 : 91 piles en tout avec des verres de 3,2 cm de hauteur

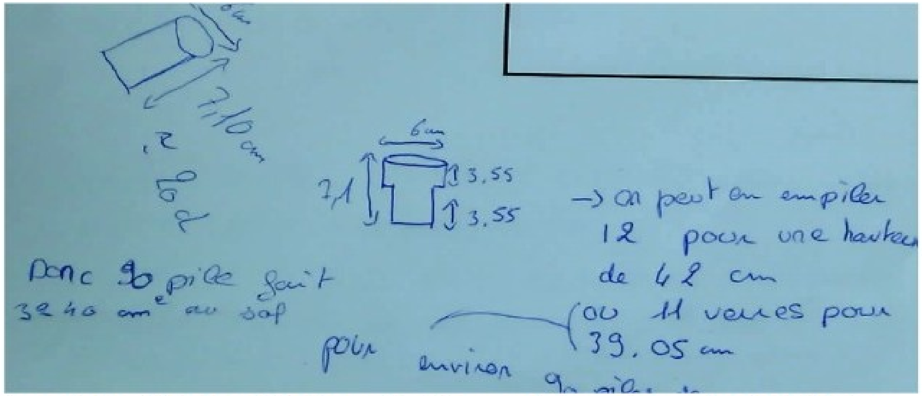
$3{,}2 \times 91 = 746{,}2$ cm le verre n°3 × 1000 prends la place de 746,2 cm

Lors de cette séance, un élève est parti d'un verre de 45 cL qu'il appréciait et a cherché à en réduire les dimensions pour obtenir un volume de 20 cL. Il a travaillé à partir du verre n°4 proposé par les 3e Clément, qui contenait 16 cL, et a recherché le coefficient multiplicateur permettant de passer de 45 à 20 cL, il a du multiplié les dimensions par 0,76 :



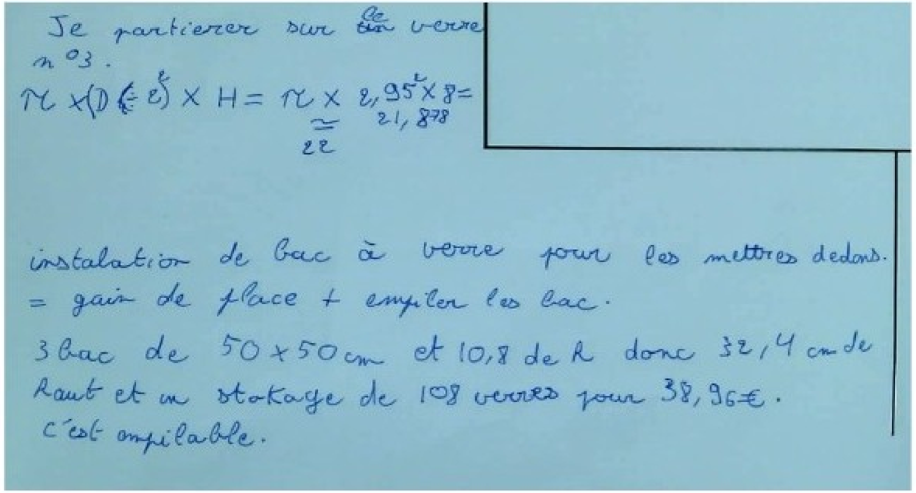
Les deux groupes ont mis un certain temps à comprendre les documents proposés, très complets, ce qui a nécessité un réel travail d'appropriation des notions.

Dans la seconde demi-classe, les élèves sont repartis des travaux du premier groupe. Certains se sont intéressés au verre initialement en aboutissant notamment à un diamètre de 6 cm, tout en conservant une structure en deux parties égales (haut et bas).

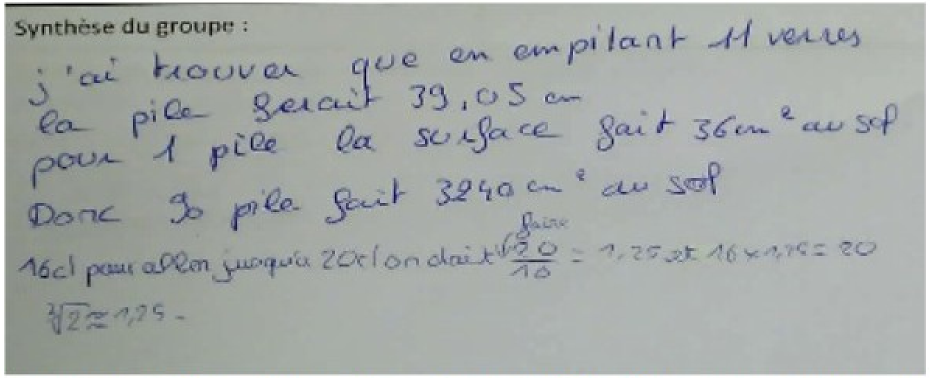


Il ont calculé qu'il était possible d'en empiler 11 pour atteindre une hauteur d'environ 39,05 cm.

Un autre élève a proposé une caisse de rangement trouvée sur Internet (50 cm × 50 cm et 8 cm de hauteur), permettant de stocker les verres, sans que cette solution fasse l'unanimité.



D'autres élèves ont divisé les dimensions du verre par 1,26, en lien avec le calcul de la racine cubique de 2. Enfin, un groupe a étudié la surface occupée par les verres en s'appuyant sur les travaux des 3e Clément : en considérant un diamètre de 6 cm, ils ont calculé une surface de 36 cm² par pile, ce qui permettait d'envisager environ 90 piles, soit une surface totale d'environ 3 240 cm² au sol.



Nous n'avons travaillé qu'une heure sur le problème car les élèves étaient en sortie scolaire en fin de semaine. Nous reprendrons nos recherches la semaine prochain.

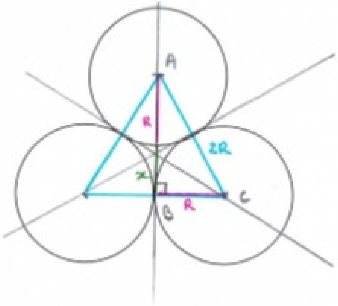
Les élèves ont pris le temps de relire attentivement l'ensemble des documents à leur disposition, notamment le travail des 3e Clément. Ils ont constaté que la forme de verre retenue par ces derniers était plus complexe que celle qu'ils avaient choisie, puisqu'il s'agissait d'un cône tronqué. La formule du volume utilisée par les 3e Clément les a interpellés : elle semble pouvoir être retrouvée par le calcul, mais ils n'ont pas encore pris le temps de la redémontrer. Ils se sont surtout interrogés sur le fait que les mesures faisaient l'objet de nombreuses variations pour obtenir 20 cL. En s'appuyant sur l'idée explorée la semaine dernière que le volume d'un solide varie proportionnellement au cube du coefficient d'agrandissement ou de réduction, ils se sont demandé si le verre de 38 cL proposé par les 3e Clément pouvait être conservé en gardant les mêmes proportions. Ils ont donc cherché le coefficient permettant de passer de 38 cL à 20 cL, soit 20/38, et, en lien avec les travaux de la semaine précédente, ont compris que la racine cubique de ce coefficient devait être calculée. Ils ont ainsi déterminé que les dimensions devaient être multipliées par environ 0,807 (arrondi au millième de la racine cubique de 20/38). Cette réflexion montre que l'ensemble des verres proposés peut être réduit ou agrandi en conservant les proportions adéquates. En fin de séance, les élèves ont commencé la rédaction d'un compte rendu afin d'expliquer les difficultés rencontrées et leurs démarches. Les deux groupes travaillaient en demi-classe (de 9h à 10h puis de 10h à 11h) ; le travail du premier groupe a été poursuivi par le second et sera finalisé demain en classe entière.

Groupe I – Classe 25 : 3ème Clément du collège Pierre Pflimlin à Brunstatt Didenheim (Mme Cosatto)

Quelles sont les dimensions de l'étagère idéale ?

Pour le verre n°2

↳ 36 piles de verres.



ABC est un triangle rectangle en B
d'après le théorème de Pythagore

$(2R)^2 = R^2 + (R+x)^2$

$4R^2 - R^2 = (R+x)^2$

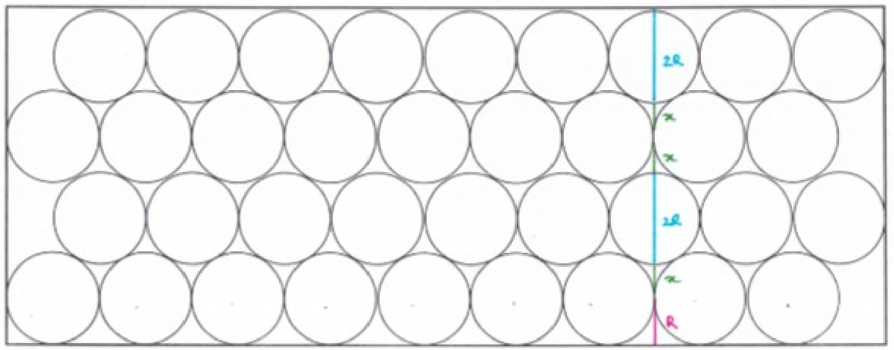
$3R^2 = (R+x)^2$

$\sqrt{3}R = R + x$

$\sqrt{3}R - R = x = R(\sqrt{3}-1)$

$R = 7,53 : 2$

$R = 3,765$ cm



$2R + 2x + 2R + R + x$

$= 5R + 3R(\sqrt{3}-1)$

$= R(5 + 3\sqrt{3} - 3)$

$= R(2 + 3\sqrt{3})$

$= \boxed{27,09 \text{ cm}}$

$9 \times 2R + R = 19R = \boxed{71,53 \text{ cm}}$

$\boxed{S = 1938,13 \text{ cm}^2}$

Séance n°5 : Reprise des calculs avec les nouvelles côtes et étude de trames (travail en groupes)

Plan de travail :

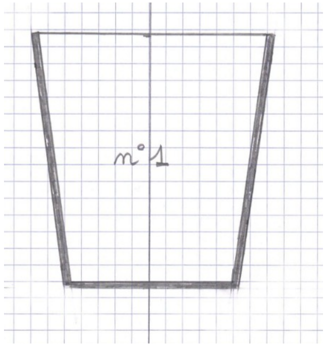
1ère étape : **Combien de piles de verres ?**

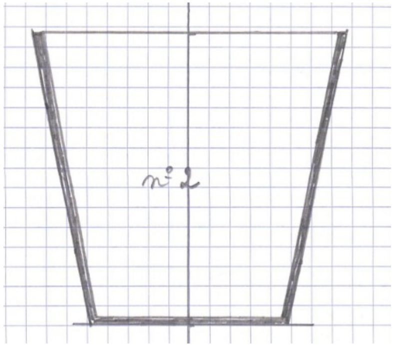
- déterminer les côtes extérieures à partir des côtes intérieures (+ 0.2 cm pour la hauteur et + 0,4 cm pour chaque diamètre)
- tracer le patron du verre en coupe au centre du verre
- déterminer la hauteur ajoutée à la pile de verre lorsqu'on ajoute un verre à la pile à l'aide des patrons
- calculer le nombre maximal de verres sur une pile de moins de 40 cm
- calculer le nombre de piles de verres que l'on peut faire avec 1000 verres

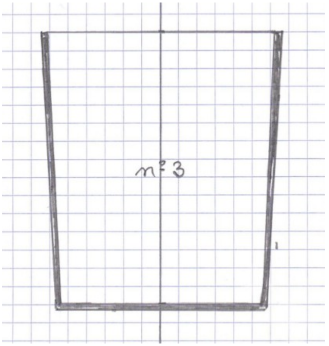
2ème étape : **Quelle trame de placement pour les verres ?**

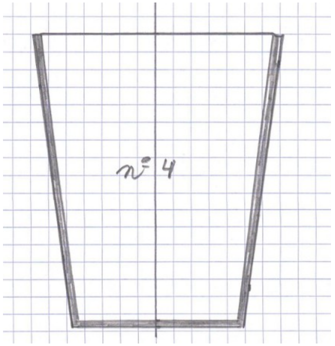
- en quadrillage carré
- en « quadrillage » triangulaire
- quel est le meilleur agencement ?
- combien y a -t-il de verre en plus/en moins ?

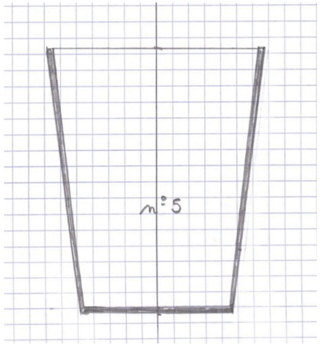
3ème étape : **Quelles dimensions idéales pour notre étagère ?**

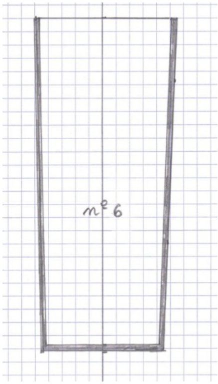












	Verre n°1	Verre n°2	Verre n°3 avec fond épais	Verre n°4	Verre n°5	Verre n°6
Hauteur	7,00	7,50	8,00	8,10	8,40	12,60
Diamètre Bas	5,20	5,00	5,90	4,40	5,00	4,60
Diamètre Haut	7,00	7,40	8,20	7,10	6,40	7,70
Volume en cm³ avec côtes extérieures	**205,9526**	**229,1415**	**314,9001333**	**214,090695**	**215,31608**	**382,02339**
Hauteur	6,80	7,30	7,50	7,90	8,20	12,40
Diamètre Bas	4,80	4,60	5,50	4,00	4,60	4,20
Diamètre Haut	6,60	7,00	7,80	6,70	6,00	7,30
Volume en cm³ avec côtes intérieures	**174,87288**	**195,52466**	**262,955375**	**181,269845**	**181,8667067**	**329,6256867**