Groupe A – Classe 1 : Terminale maths expertes du lycée Christian Bourquin à Argelès-sur-Mer (Mme Assémat)

Projet Resco 2026

Recherches de la classe de Terminale Maths Expertes du lycée Christian Bourquin, Argelès-sur-mer

---

Plan de la Synthèse :

- Introduction au projet et au groupe :
  - Description du fonctionnement et de l'organisation de notre travail de recherche
  - Présentation du raisonnement et des arguments motivant le choix de notre modèle
- Notre modèle de verre
- Comparaison avec un modèle théoriquement optimal

I - Introduction au projet et au groupe :

* *Description du fonctionnement et de l'organisation de notre travail de recherches*

Durant ce projet, les recherches ont été effectuées en petits groupes avec une mise en commun régulière des pistes explorées et de la progression des travaux de chacun. Ce format nous a permis d'explorer différentes possibilités et d'avoir de nombreux comparatifs pour pouvoir affiner notre travail sur les éléments les plus prometteurs.

* *Présentation du raisonnement et des arguments motivant le choix de notre modèle*

Au travers de nos recherches, nous avons été amenés à étudier différents modèles de verres, principalement à base carrée, circulaire, triangulaire et hexagonale. Dans notre étude, nous avons rapidement évincé les modèles triangulaires et hexagonaux car ils posaient des problèmes de rangement, notamment dans les coins du placard, où ils ne pouvaient pas s'imbriquer, et ce en plus des pertes dues au verre en lui même.

Nous nous sommes ensuite intéressés à la forme générale du verre, notamment par rapport à la capacité d'empilement permettant de réduire grandement le volume. Nous avons conclu que les verres droits (même avec un pas facilitant l'empilement) ne sont pas optimaux car ne permettent pas d'empiler les verres de manière efficace.

Nous nous sommes donc dirigés vers 2 modèles distincts, un cône tronqué et une pyramide à base carré tronquée. Ces modèles permettent un empilement plus important, dépendant directement de l'angle du verre.

Après une recherche approfondie sur les deux modèles de bases restants, il nous est apparu que pour la base circulaire, peu importe l'agencement des piles, de l'espace sera perdu entre chacune d'elles sur toute leur hauteur, occasionnant un volume total bien plus important. D'où notre choix de la base carrée pour laquelle les piles pouvant être imbriquées parfaitement les unes avec les autres, n'occasionnant ainsi pas de pertes d'espace conséquentes sur les côtés de la pile. Les seules pertes se trouvent en bas de la pile et entre les verres en fonction de l'efficacité de l'empilement.

La suite de notre étude a par conséquent été axée sur le compromis entre la praticité du verre et volume total. En effet, faire varier l'angle vers 45° permet d'obtenir un empilement presque parfait et un volume record mais rend l'usage du verre bien plus complexe dans le contexte du problème. Or plus l'angle est proche de 90° (la verticale) et moins il s'empilera, occupant nécessairement plus d'espace. A cela vient s'ajouter la largeur de la base du verre qui change radicalement les possibilités en terme de volume mais également de stabilité de l'ensemble. La difficulté résidait dans le fait que toutes ces valeurs sont liées entre elles et la modification d'une d'entre elles affecte nécessairement les autres.

Afin d'observer de la manière la plus précise possible l'étendue de nos options et pouvoir trouver la meilleure configuration en fonction de toutes nos variables, nous avons créé un script Python qui teste des millions de possibilités en réduisant le rayon de recherche pour établir une approximation aussi précise que possible du verre . Cela nous a finalement permis de vous présenter le modèle de verre ci-après, représentant notre compromis entre praticité et faible espace occupé.

Le programme est accessible via le lien Git Hub suivant :
https://github.com/MrPerruche/resco/blob/main/main.py

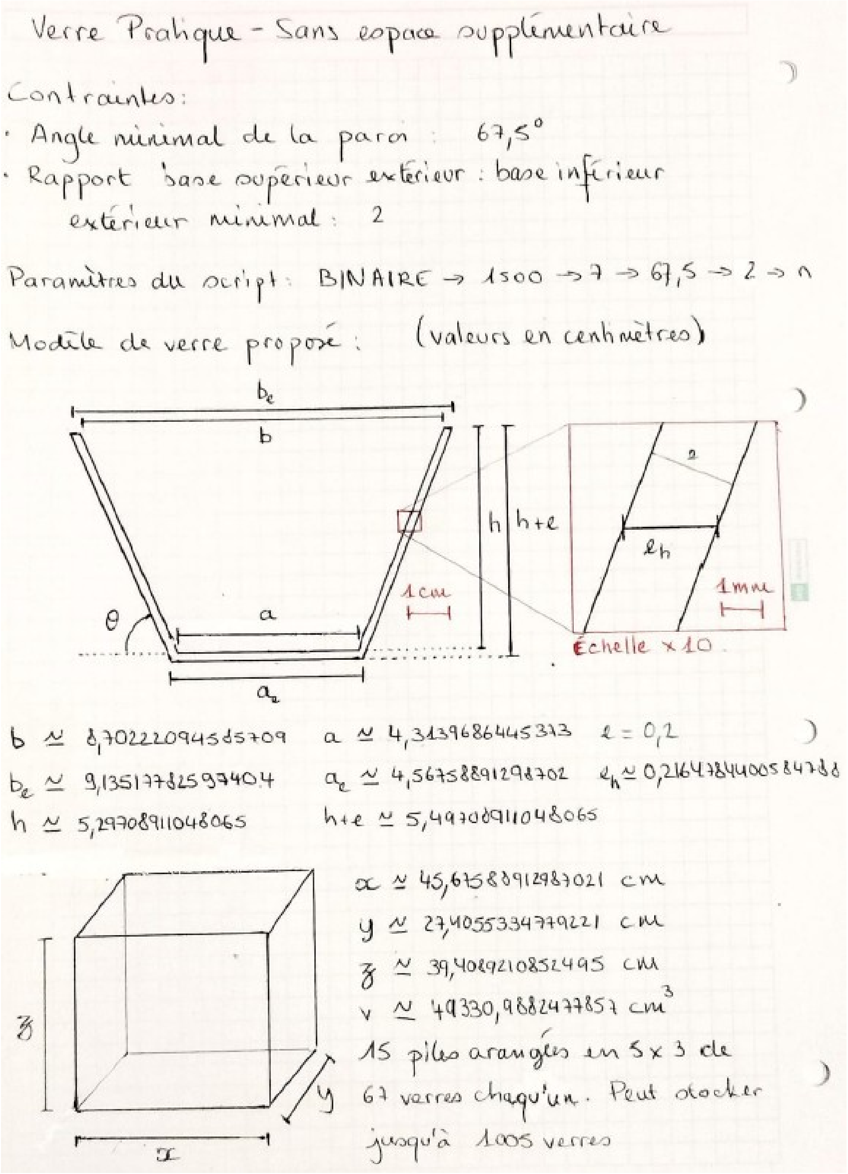
Il a également été transmis avec les fichiers du projet.

II – Notre modèle de verres

A la page suivante, vous pourrez retrouver les schémas complets de notre verre, montrant à la fois les contraintes liées à la praticité qui ont été paramétrées dans le script, la forme de notre modèle de verre, et toutes ses dimensions. Ces Schémas seront également transmis comme fichiers dans le dossier du projet.

Après plusieurs visualisations, l'angle présentant le seuil minimal de praticité selon nous est 67,5° de l'horizontale. La base d'environ 4,5cm assure une certaine stabilité globale, notamment pendant que le liquide est versé. Le tout nous amène à un volume global d'environ 49 331 cm³. Cette valeur est désignée par « v » dans le schéma.

Voici le Schéma :



III – Comparaison avec un modèle théoriquement optimal

Au cours de nos recherches, nous nous sommes particulièrement intéressés au cas particulier de l'angle d'inclinaison de la paroi du verre à 45°. Comme évoqué dans l'introduction, ce type de verre offrait un empilement battant tous les records, nous permettant d'empiler nos 1000 verres en seulement 6 piles. Seulement c'est ici que notre débat sur la praticité a commencé car il est évident qu'un verre ne peut pas être qualifié de pratique s'il n'est pas physiquement possible de le remplir d'eau, de le tenir, et de boire dedans sans que la majorité du liquide ne finisse sur la table, le client ou le sol du restaurant. Or dans notre cas ce fait est très largement discutable.

Malgré cela, nous avons trouvé intéressant de vous communiquer les dimensions de ce verre, qui selon nous est un très bon élément de comparaison avec notre modèle officiel. Cela permet de voir quelles sont les réelles limites de notre modèle de la pyramide à base carrée tronquée dans un cas extrême. C'est également l'occasion pour nous de rappeler que le modèle que nous avons choisi correspond au meilleur modèle **d'après nos contraintes de praticité** , ainsi il existe de nombreux «entre deux», des verres avec un meilleur volume global mais nécessitant un compromis de praticité que nous n'étions pas prêts à accepter.

Les dimensions sont les suivantes :

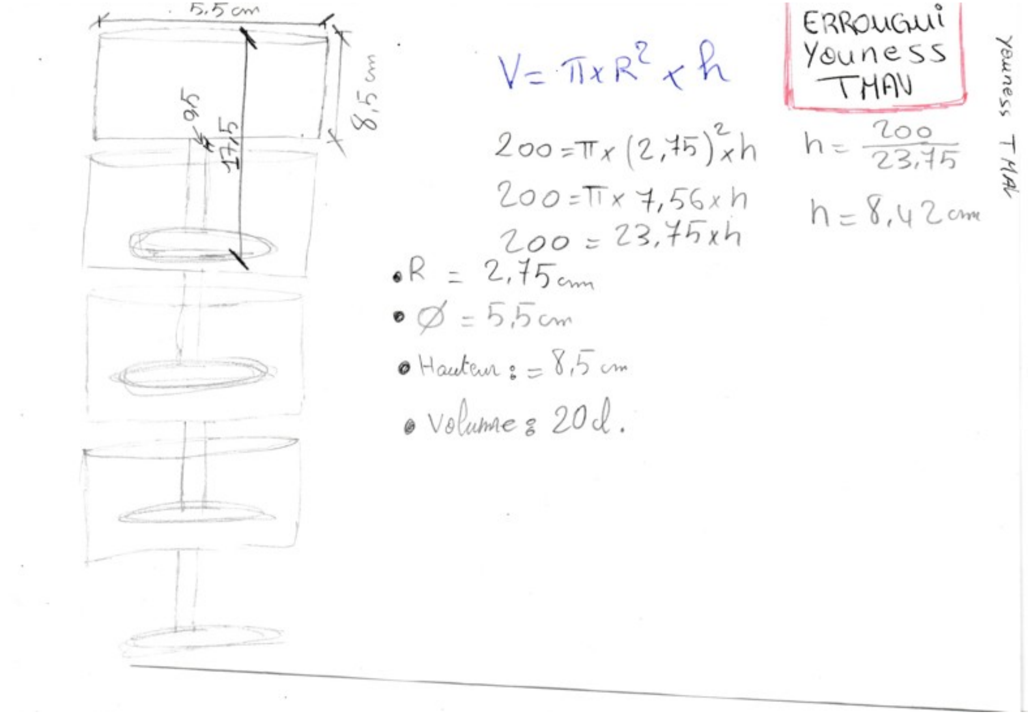
Dimensions X Y Z : 33.68784812601889 cm x 22.45856541734593 cm x 38.38867680626136 cm
Volume : 29044.13354055167 cm3
Grille proposé : 3 x 2 (6 piles)
Verres / piles max : 167

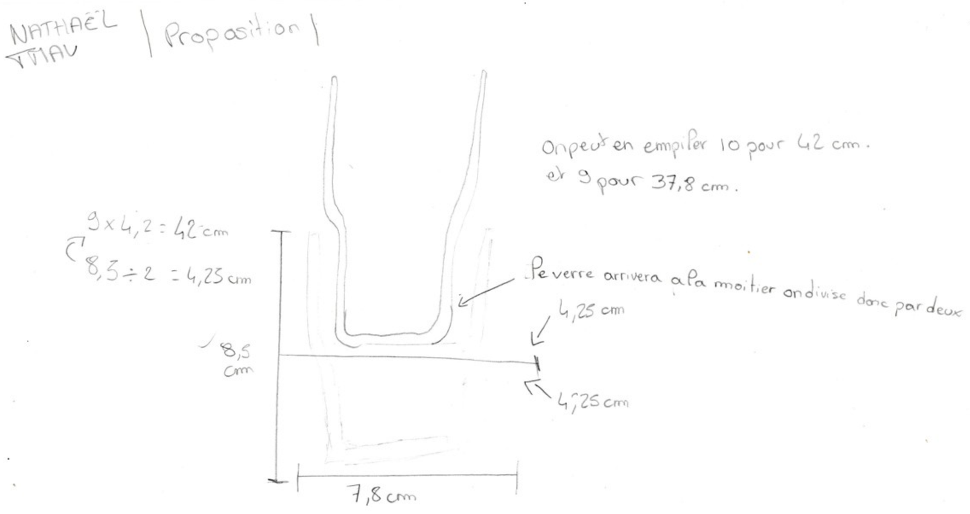
Variables...

- b	: 10.663597283723727	(Base haute intérieur (cm))
- b_e	: 11.229282708672965	(Base haute extérieur (cm))
- a	: 1.0862436712010546	(Base basse intérieure (cm))
- a_e	: 1.0862436712010548	(Base basse extérieure (cm))
- h	: 4.788676806261339	(Hauteur intérieur (cm))
- h+e	: 4.988676806261339	(Hauteur extérieur (cm))
- H	: 5.331798641861867	(Hauteur de la pyramide non-tronquée (cm))
- e	: 0.2	(Épaisseur du verre (cm))
- e_h	: 0.28284271247461895	(Épaisseur du verre horizontale (cm))
- n_p	: 6	(Nombre de piles)
- p	: 167	(Nombre de verres par pile)
- n_p*p	: 1002	(Nombre total de verres qui peuvent être placés)
- theta_pi	: 0.7853981633974486	(Angle de la paroi du verre (r))
- theta	: 45.00000000000002	(Angle de la paroi du verre (°) (90° = vertical))

Le résultat de ce verre est donc bien plus aplati avec une hauteur de moins de 5cm pour une largeur d'environ 10cm. Les valeurs notables ici sont donc le rapport largeur hauteur, mais surtout la largeur de la base basse qui est de 1cm seulement, soit un rapport de 10 avec la base haute. Cela créera nécessairement une grande instabilité pendant le remplissage du verre, surtout avec l'angle de 45°. Cependant on note aussi le volume global d'environ 29 000 cm³, 20 000 cm³ de moins qu'avec notre modèle officiel !

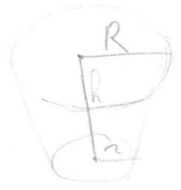
Groupe A – Classe 2 : Terminale MAV/TCB du lycée professionnel Paul Langevin à Beaucaire (M. Ikhlef)





Cône tronqué $\quad 20\,cl = 200\,cm^3$

formule : $(1/3) \times \pi \times h \times (r^2 + r \times R + R^2)$

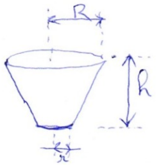


Test n°1 : $\left(\frac{1}{3}\right) \times \pi \times 7{,}02 \times (1{,}9^2 + 1{,}9 \times 4 + 4^2)$
$= 200{,}03\ldots\ cm^3$: $h = 7{,}02\,cm$ $r = 1{,}9\,cm$ $R = 4\,cm$

Test n°2 : $\left(\frac{1}{3}\right) \times \pi \times 5{,}17 \times (3^2 + 3 \times 4 + 4^2)$
$= 200{,}32\ldots\ cm^3$: $h = 5{,}17\,cm$ $r = 3\,cm$ $R = 4\,cm$

Forme choisie : Tronc de cône

$$\text{Volume} = \frac{\pi h}{3}\left(R^2 + R \times r + r^2\right)$$



$$\text{Volume} = 20\,cL = 200\,cm^3$$

$$\frac{\pi h}{3}\left(R^2 + R \times r + r^2\right) = 200$$

si l'on prend $h = 7\,cm$, $R = 3{,}5\,cm$ et $r = 2{,}5\,cm$
$V \approx 200\,cm^3$

On souhaiterait que l'empilement des verres ne rajoute pas plus de 0,5 cm à la hauteur du verre

nbre de verres à empiler : n

$$h + (n-1) \times 0{,}5 \leq 40\,cm \qquad h : \text{hauteur verre}$$

si $h = 7\,cm$ alors $7 + (n-1) \times 0{,}5 \leq 40\,cm$

$$7 + 0{,}5n - 0{,}5 \leq 40$$
$$0{,}5n + 6{,}5 \leq 40$$
$$0{,}5n \leq 40 - 6{,}5$$
$$0{,}5n \leq 33{,}5$$
$$n \leq \frac{33{,}5}{0{,}5}$$
$$\boxed{n \leq 67}$$

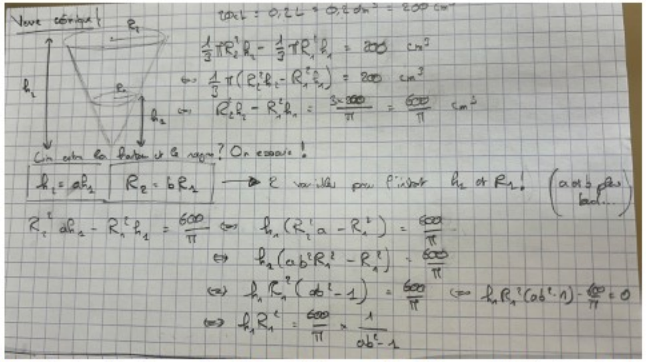
cela parait beaucoup !!

Avec 1000 verres cela ferait environ 15 piles de 67 verres

IRREALISTE !! $\quad 1000 \div 67 \approx 15$

Groupe A – Classe 3 : Master 1 MEEF de l'Inspé à Lyon (Mme Yvain-Prébiski et M. Brillant)

Narration de recherche séance finale RESCO



On obtient une fonction avec 4 variables : R1 le rayon du fond du verre, H1 la hauteur du petit cône, a le coefficient de l'homothétie

Comme il nous est impossible de faire l'étude d'une fonction de R3 dans R alors nous décidons de fixer a et R1 afin d'obtenir une fonction de R dans R. Nous avons choisi de fixer R1 pour que le verre puisse tenir debout sans problème

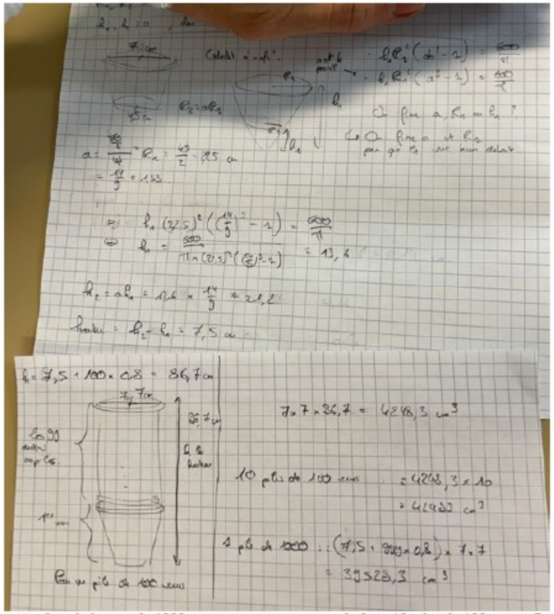
R1 = 2,25 mm

A = 35/22,5 = 1,5

Pour choisir a nous avons mesuré un gobelet qui trainait sur la table et nous avons regardé le coefficient qui reliait les deux rayons R1 et R2 nous trouvons environ 1,5 la valeur exacte est 14/9 nous choisissons d'utiliser cette valeur.

En réinjectant celadans notre équation nous allons trouver une hauteur correspondante : H1 = 13,6 cm Pour trouver la hauteur du verre on fait : H2 = aH1 = 21,15 cm. On a donc hauteur = 21,15 – 13,6 = 7,5 cm.

Avec un deuxième gobelet trouvé dans la salle nous les avons empilés et on observe que l'épaisseur du gobelet est bien de 2mm. En les empilant on rajoute 8 mm de hauteur en plus au maximum. Donc empiler 100 verres reviendrait à une pile de 7,5 + 99 x 0,8 = 86,7 cm



Pour satisfaire le besoin de 1000 verres on peut imaginer de faire 10 piles de 100 verres On calcule le volume occupé par chaque pile : V = hauteur x R2 x R2 = 86,7 x 7 x 7 = 4248,3 cm3

On a 10 piles donc 42 483 cm3

Imaginons qu'on choisisse de ne faire qu'une pile de 1000 verres : le volume occupé est 39 528,3 cm3

Il faudrait modéliser le volume occupé en fonction du nombre de piles faites et ensuite on pourra chercher le minimum de cette fonction et obtenir notre réponse finale. Nous faisons l'hypothèse que le minimum sera pour 1 pile de 1000 verres.

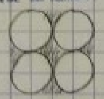
Bilan Recto

Nous sommes d'abord partis du principe que nous allions empiler les verres pour gagner un maximum de volume. Nous avons alors fait le choix de verres de forme conique, tronqués pour respecter le critère "utilisable" du verre.

cône tronqué

Mais nous sommes ensuite dit que cette configuration allait être problématique :

vue de dessus



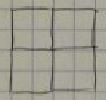
Em effet, en "collant" les verres les uns contre les autres dans le placard, il y a pas mal de place perdue

/// place perdue

Alors pourquoi ne pas faire des verres en forme de pyramide (tronquée) à base carrée ?

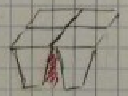
volume perdu

vue de dessus



Aucune place perdue

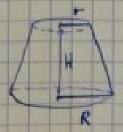
vue de côté



volume perdu

Finalement, le volume perdu est moins important en restant sur des cônes

→ Formule d'un cône tronqué

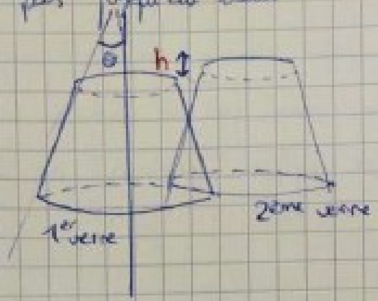


$$V = \frac{\pi H}{3}(R^2 + R.r + r^2)$$

Or ici les verres ont une épaisseur de 2mm, notons la e

$$V_{verre} = \frac{\pi(H+e)}{3}\left((R+e)^2 + (R+e)(r+e) + (r+e)^2\right)$$

Lors de l'empilement des verres, il faut prendre en compte qu'on ne les empilent pas jusqu'au bout

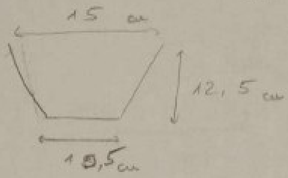


Imaginons que l'on fasse une seule pile de 1000 verres, notre hauteur totale serait

$$H_{totale} = (H+e) + 999 \times h$$

Par manque de temps, nous n'avons pas abouti à une solution. Il faudrait fixer les paramètres, et ensuite déterminer combien de verres aligner et empiler pour optimiser le volume.

Idee 1 : pyramide tronquée on a cherché des mesures tel que $V = 20$ cL



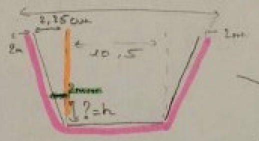
$$V = \frac{h}{3}\left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}\right)$$

$$= \frac{12,5}{3}\left(15 \times 15 + 10,5 \times 10,5 + \sqrt{15 \times 15 \times 10,5 \times 10,5}\right)$$

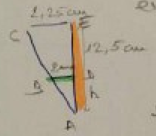
$$= 2053,125 \text{ cm}^3$$

$$= 20,53 \text{ cL}$$

Etape 2 : Empilement



→ Thalès pour trouver hauteur empilement



les points A, B, C et A, D, E sont alignés
les droites (BD) et (CE) sont parallèles

Donc par Theoreme de Thalès : $\frac{h}{12,5} = \frac{2 \times 10^{-1}}{2,25}$

Donc $h \simeq 1,1$ cm

Donc a chaque fois qu'on rajoute un verre on dépasse de 1,1 cm

Etape 3 : Hauteur max empilement 40 cm

avec m verres : Hauteur max $\geq 1,1 \times m + 12,5 + 0,2$

$$40 \geq 1,1 \times m + 12,5 + 0,2$$

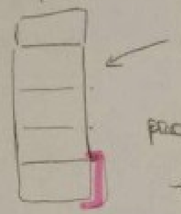
$$m \leq \frac{40 - 12,5 - 0,2}{1,1} = 24,8$$

Donc on peut empiler 24 verres au maximum

Pour optimiser la taille de l'armoire on decide d'en empiler seulement 20

car $1000 = 20 \times 5 \times 10$

Etape 4 : Armoire : on decide de mettre 4 piles de 20 verres



vue de dessus

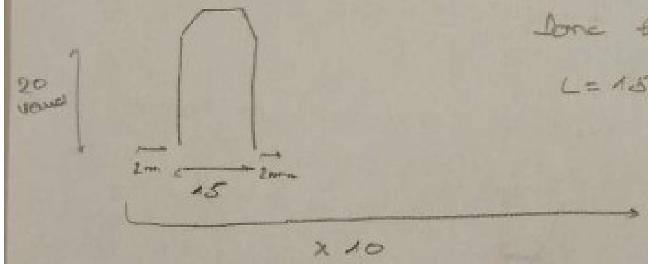
$20 \times 5 = 100$ verres

profondeur $= \underbrace{(15 \text{ cm} + 2\text{mm} + 2\text{mm})}_{\text{epaisseur}} \times 4 = 61,6$ cm
‖
largeur

$\simeq 62$ cm

Donc armoire de 62 cm de profondeur

On decide de faire 10 rangées pour avoir 1000 verres



Donc longueur armoire = L

$L = 15,4 \times 10 = 154$ cm

$\simeq 155$ cm

pour avoir de la marge

Donc la hauteur :

$$h = 12,5 + \underbrace{0,2}_{\text{epaisseur}} + 19 \times 1,1 = 33,6 \text{ cm} \simeq 34 \text{ cm}$$

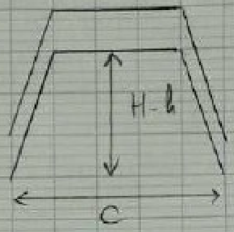
Finalement le volume de l'armoire

$$V = 34 \times 62 \times 155 = 326\,740 \text{ cm}^3$$

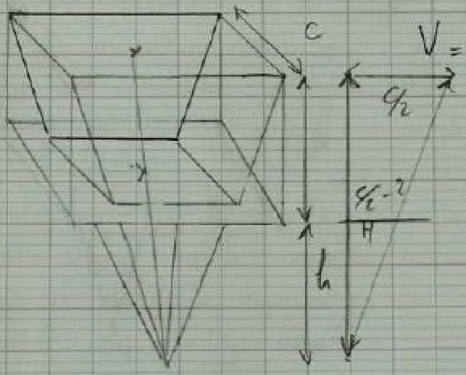
$$= 326,740 \text{ L}$$

$$\simeq \boxed{327 \text{ L}}$$

<u>Hypothèses</u> : volume optimal la sphère → pas pratique
gain de place → empilement des verres
→ pyramides tronquées :



Calcul du volume :



$$V = \frac{c^2(H-h)}{3}$$

Thalès :

$$\frac{c/2}{c/2 - 2} = \frac{H}{h}$$

$$ch = H(c-4)$$

$$V = \frac{c^2}{3}H\left(1 - \frac{c-4}{c}\right) = \frac{c^2}{3}H\frac{4}{c}$$

Empilement : $H - h$ + nb de verres × 2 mm

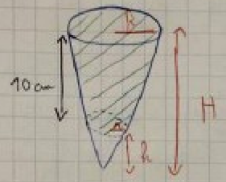
$$= H\left(\frac{4}{c}\right) + \rule{3cm}{0.4pt}$$

$$20\ cl = \frac{4}{3}Hc \qquad H = \frac{15}{c} \qquad H = c \longrightarrow \begin{cases} c^2 = 15 \\ c \sim 4 \end{cases}$$

Hauteur d'une pile $\frac{60}{c^2}$ + nb de verres × 0,2 cm = 4 + n × 0,2
$\leq$ 40 cm

$$n \leq \frac{36}{0,2} = 180$$

Notre verre : On veut que la hauteur du verre fasse 10 cm (hors épaisseur)



Pour calculer le volume du verre on fait le volume du grand cône moins le volume du petit.

On a donc $\pi R^2 \times H - \pi r \times h = 200 \text{ cm}^3$

On pose $R = 2$ cm et $r = 1$ cm

On obtient $\pi(4 \times H - 1 \times h) = 200$

$$4H - h = \frac{200}{\pi}$$

On remarque que $4 \times \frac{60}{\pi} - \frac{40}{\pi} = \frac{200}{\pi}$

Donc $H - h = 10$ cm $\Leftrightarrow H = 10 + h$

$$4(10+h) - h = \frac{200}{\pi}$$

$$h = \frac{\frac{200}{\pi} - 40}{3} = \frac{-40\pi + 200}{3\pi} \approx 7{,}9 \text{ cm}$$

donc $h = 7{,}9$ cm et $17{,}9$ cm

Pour calculer le volume du placard :

un verre prend $\underbrace{2 + \underbrace{2 \times 0{,}2}_{\text{épaisseur}}}_{=2{,}4}$ cm en longueur et largeur

On fixe que la profondeur du placard est de 30 cm.

Donc en une colonne de verre on peut mettre $\left\lfloor \frac{30}{2{,}4} \right\rfloor$ verres $= 12$.

On cherche donc combien de ligne de 12 verres pour avoir 1000 verres.

$\left\lfloor \frac{1000}{12} \right\rfloor = 84$ il faut donc 84 lignes de 12 verres.

Pour la longueur du placard on fait $84 \times 2{,}4 \approx 202$ cm

Donc sans étage notre placard fait 202 cm de longueur

~~on~~ Notre hauteur est de $\underbrace{10{,}4}_{\text{verre + épaisseur}} \underbrace{+2}_{\text{marge}}$ cm donc le volume est de $75\,144 \text{ cm}^3$.

Si on fait un étage on a donc besoin de 42 lignes ce qui nous fait $42 \times 2{,}4 \approx 101$ cm

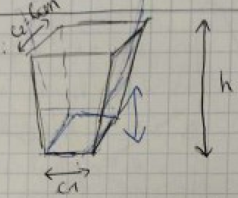
On dit que la hauteur est de $10{,}4 + 10{,}4 + \underbrace{3 \text{ cm}}_{\text{marge + le sol de l'étage}}$

le volume est donc de $23{,}4 \times 101 \times 30 = 70\,902$

Donc pour nous le mieux est de faire un placard de $30 \times 101 \times 23{,}4$

base grand = chiant

base carré :



$$V = \frac{1}{3}\left(b_1 + b_2 + \sqrt{b_1 \times b_2}\right) h$$

20 cl = 200 mL = 200 cm³

$$200 = \frac{10}{3}\left(b_1 + 6^2 + \sqrt{36 b_1}\right)$$

$$60 = b_1 + \sqrt{36 b_1} + 36 = b_1 + 6\sqrt{b_1} + 36$$

$$0 = b_1 + 6\sqrt{b_1} - 24$$

$$0 = c_1^2 + 6 c_1 - 24 \Rightarrow \Delta = 36 + 4 \times 24 = 132 > 0$$

$$c_1 = \frac{-6 \pm \sqrt{132}}{2}$$

≃ 3,8 défaut ou 3,9 ? excès   ou ≃ ~~−6,27~~

$$60 = b_1 + \sqrt{6^2}\sqrt{b_1} + 6^2$$

$$0 = c_1^2 + 6 c_1 + 36 - 60$$

$$0 = c_1^2 + 6c_1 - 24$$

$$\Delta = 36 + 4 \times 24 = 132$$

$$\Delta = 36 + 4 \times 24 = 132 > 0$$

$$c_1 = \frac{-6 \pm \sqrt{132}}{2} = -3 \pm \sqrt{33} \simeq 2,74 \text{ cm} = -3 + \sqrt{33} \text{ cm}$$

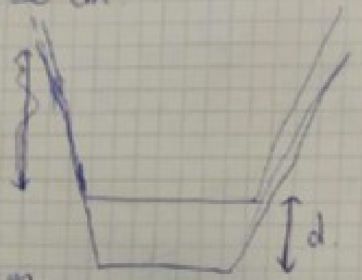
par des recherches personnelles et abouties de par nos cerveaux fonctionnelles on a :

pente : $\frac{10}{c_2 - c_1} = \frac{10}{6 - 2,74} = \frac{10}{3,26} \simeq 3,07$

avec e les verres se touche à un certains emboîtement : épaisseur sup d'un coté au total est 2e = 4 mm.

=> dist emboîtement $= \frac{2e}{\text{pente}} \times h$

$$d = \frac{0,4}{3,07} \times 10 \simeq 1,30 \text{ cm}$$



espacem^t étagère = 10 cm

$h_{verre} + nb \times d = 40$

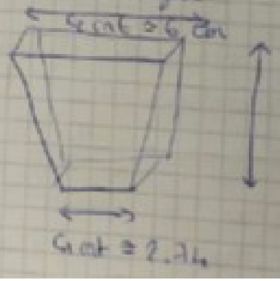
$nb = \frac{40 - h_{verre}}{d} = 23,07$ => 23 verres / étages

$\frac{1000}{23} = 43,5$ -> 44 piles de verres

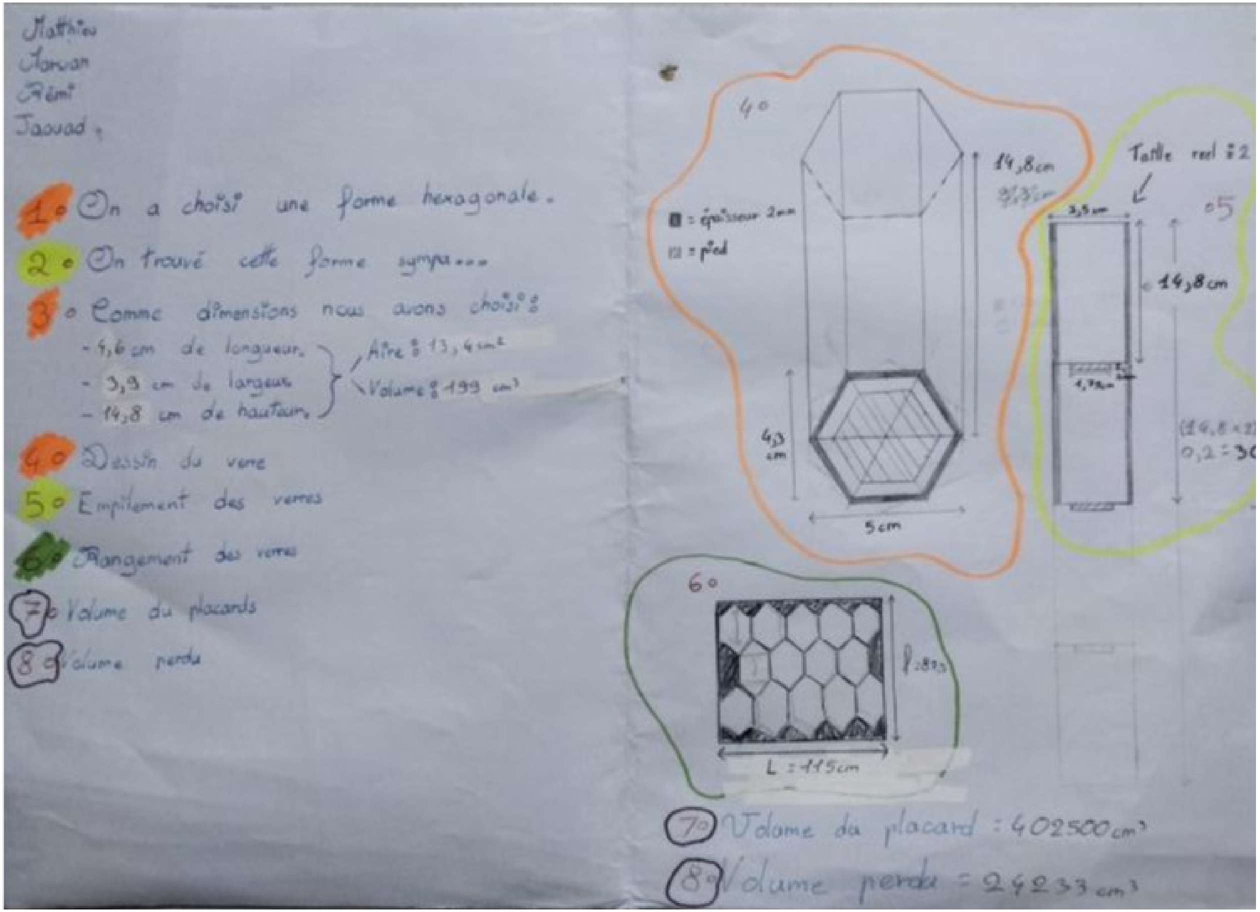
largeur étagère 1 m => au plus 1 ligne de 16 verre
=> 3 lignes de 16 verres = 48 piles

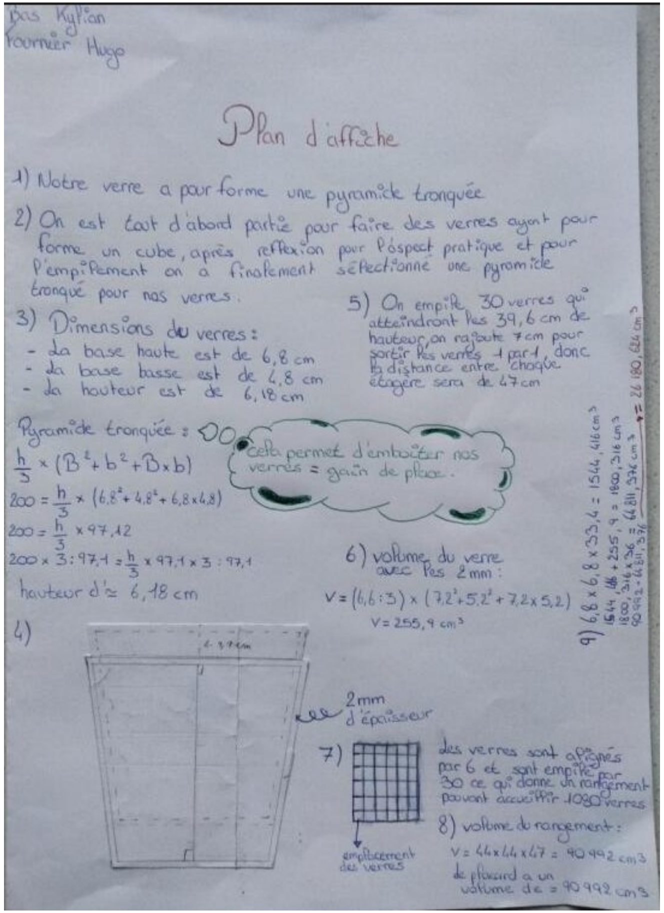
=> 1 étagère dim : 1 m sur 18 cm suffit large
on peut rentrer 48 piles de verres
on a besoin au min de 44 piles
donc OK on peut réduire la dim de l'étagère

dim verre :



Groupe B – Classe 4 : 1ère MELEC du lycée professionnel Paul Langevin à Beaucaire (M. Lavolé)





Mathéo Rafael Mathis Chagné

Prisme

1 Quelle est la forme choisi ?

- Nous avons choisi la forme prisme.

2 Pourquoi ?

- Le prisme est pour nous une forme original surtout en forme de verre.

3 Dimmension du verre ?

Formule V = A × h = 200 cm³

La Base du triangle = 6 cm

La hauteur du triangle = 5,2 cm

Hauteur du prisme 13 cm

200 cm³ = 6 × 5,2 ÷ 2 =

= 15,6 × H

= 15,6 × 13

= 202,8 cm³

intérieur verre

Volume total verre avec 2mm d'épaisseur

Formule V = A × h = 200 cm³

La base du triangle = 6,6 cm

Hauteur du triangle = 5,6 cm

Hauteur du Prisme = 13 cm

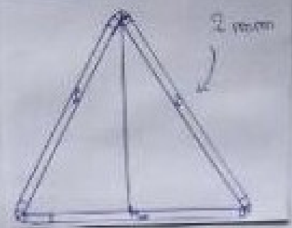
= 6,6 × 5,6 ÷ 2

= 17,32 × 13

= 232,96 cm³

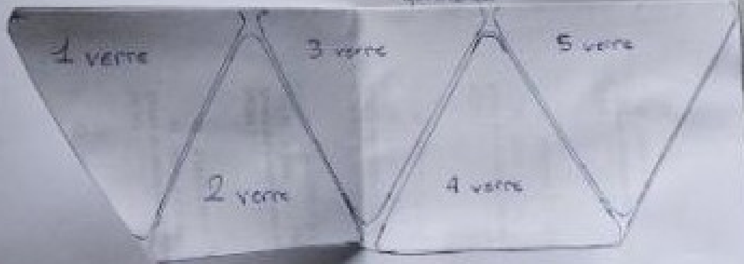
4 Dessin du verre avec épaisseur

Épaisseur du verre :



5 ~~Empilements~~ ? 6 Rangement

- Nous allons pas empile nos verre nous allons les rangés en quinconce



7 Volume du rangement

Le volume du rangement pour 1 étage : longueur × largeur × hauteur

90 × 23 × 13 = 25 480 cm³ volume du placard

8 Espace perdu

Volume perdu = la base du triangle 6,6 cm

hauteur triangle = 5,6

hauteur prisme = 13

= 6,5 × 5,6 ÷ 2

= 17,92 × 13

= 232,96 cm³

232,96 × 100 = 23 296 cm³

1 verre 100 verre dans 1 placard

volume des 100 verres

23 296 × 10 = 232 960 cm³

25 480 - 23 296 = 2184 cm³

volume d'un étage

espace de 100 verre

espace perdu

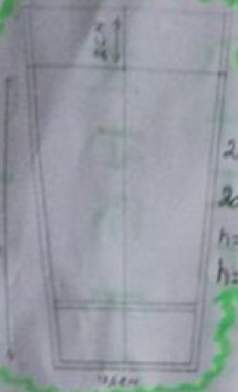
Tout ça pour un étage, on a 10 étage

2184 × 10 = 21 840 cm³

espace perdu pour 1 étage

nombre d'étage

espace perdu du placard



$V = \frac{h}{3} \cdot \pi \quad (R^2 + R \cdot r + r^2 \cdot \pi)$

$200 = \frac{h}{3} \cdot \pi \, (3^2 + 2,1^2 + 3 \cdot 2,1)$

$200 = \frac{h}{3} \cdot \pi \cdot 19,71$

$h = 200 \cdot 3 \div \pi \div 19,71$

$h = 9,7 \text{ CM}$

$V = \frac{9,7}{3} \times \pi \times (3,2^2 + 2,1^2 + 3,2 \times 2,1)$

$V = 221,54 \text{ cm}^3$

Volume d'un verre

62,8 = 51,

VOLUME DU PLACARD :

$51,2 \cdot 51,2 \cdot 39,9 = 104\,595,15 \text{ CM}^3$

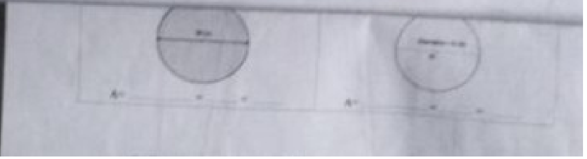
$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3} = \{S\}$

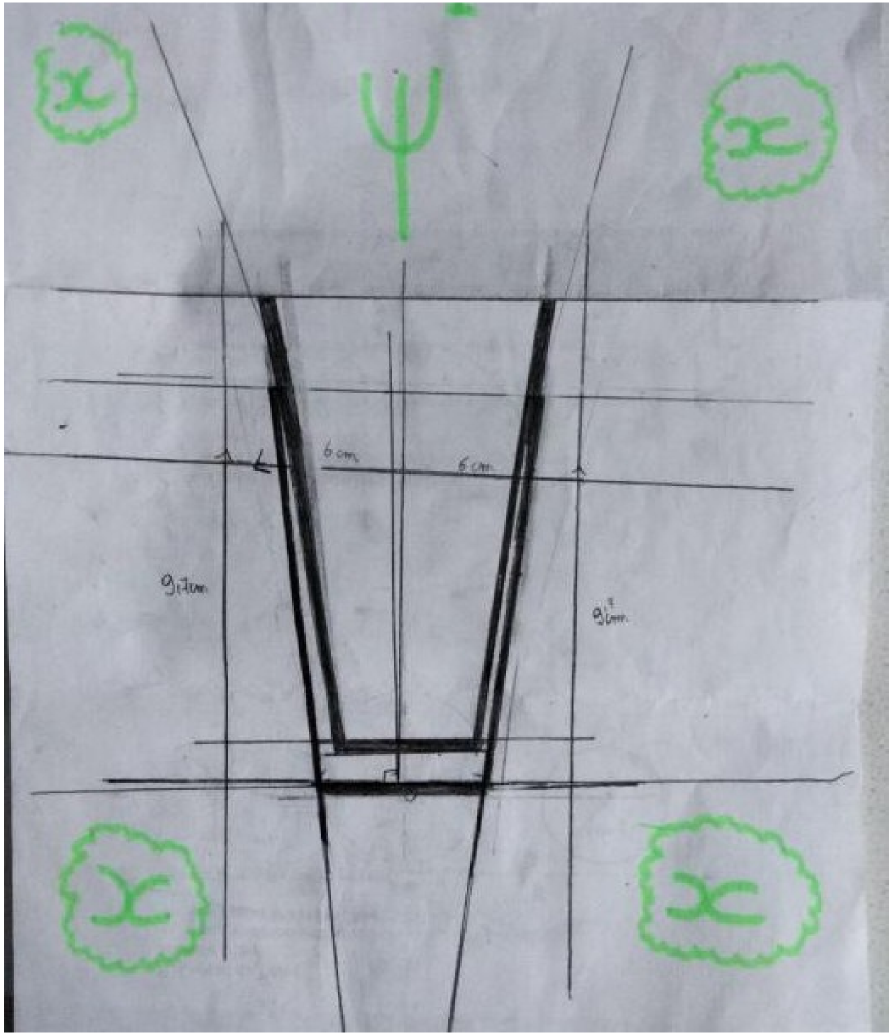
$V = \frac{\pi \cdot 3,2^2 \cdot 9,9}{3} = 106,16 \text{ CM}^3$

$16,63 = 100\,\%$

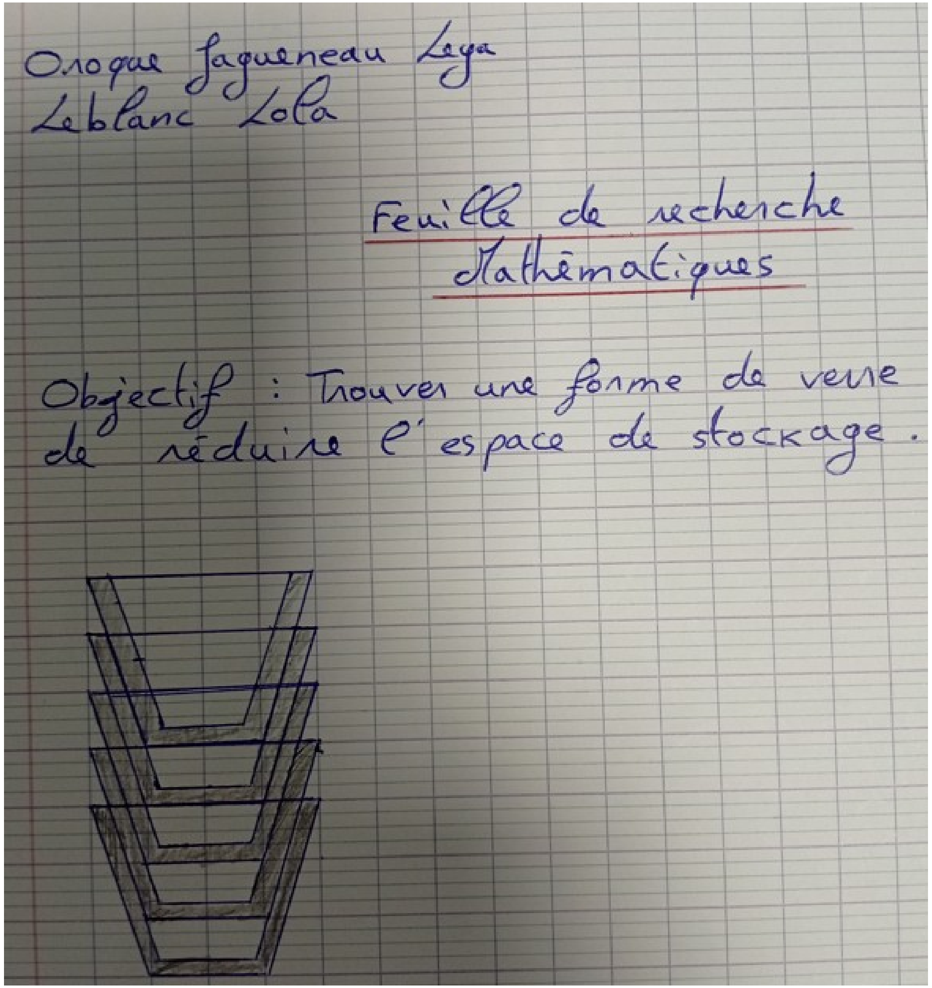
$V = \frac{h}{3}$

LE VOLUME DU VERRE EST DE 106,16 CM³





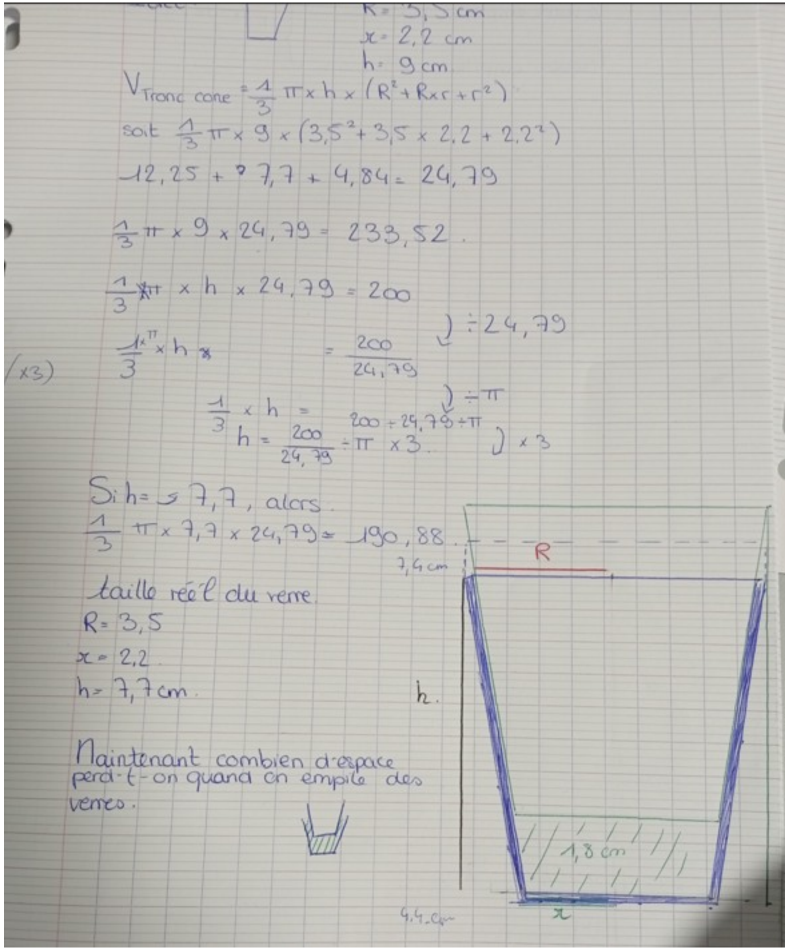
Groupe B – Classe 5 : 1ère Spé6 du lycée René Gosse à Clermont-l’Hérault (M. Clementz)



Onoque Jagueneau Leya
Leblanc Lola

Feuille de recherche Mathématiques

Objectif : Trouver une forme de verre de réduire l'espace de stockage.



R = 3,5 cm
x = 2,2 cm
h = 9 cm

$V_{\text{Tronc cone}} = \frac{1}{3}\pi \times h \times (R^2 + R \times r + r^2)$

soit $\frac{1}{3}\pi \times 9 \times (3{,}5^2 + 3{,}5 \times 2{,}2 + 2{,}2^2)$

$12{,}25 + 7{,}7 + 4{,}84 = 24{,}79$

$\frac{1}{3}\pi \times 9 \times 24{,}79 = 233{,}52$.

$\frac{1}{3}\pi \times h \times 24{,}79 = 200$

$\frac{1}{3}\pi \times h = \frac{200}{24{,}79}$) $\div 24{,}79$

(×3)

$\frac{1}{3} \times h = 200 \div 24{,}79 \div \pi$) $\div \pi$

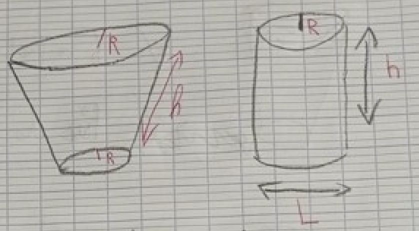
$h = \frac{200}{24{,}79} \div \pi \times 3$.) $\times 3$

Si h = ≃ 7,7, alors.
$\frac{1}{3}\pi \times 7{,}7 \times 24{,}79 \simeq 190{,}88$.

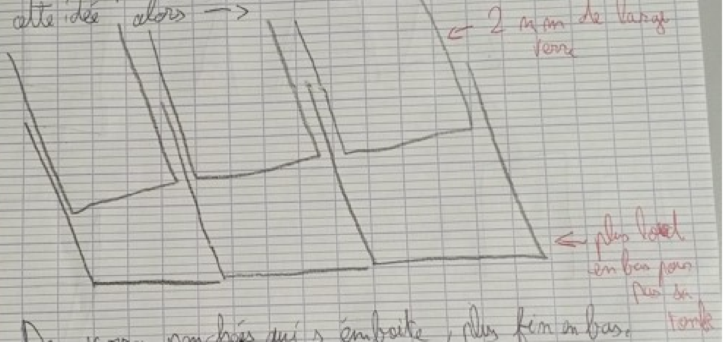
taille réel du verre
R = 3,5
x = 2,2
h = 7,7 cm.

Maintenant combien d'espace perd-t-on quand on empile des verres.

Le dernier cas on a eu une idée en cylindre

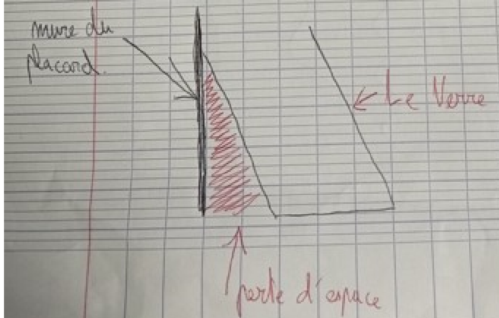


mais trop compliqué pour l'emboîtement alors on a pensé cette idée alors →



Des verres penchés qui s'emboîte, plus fin en bas.

MAIS compliqué pour les extrémité du placard



PERTE D'ESPACE

Verre en forme de tronc de cône

$V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2) = 20$ cl $= 200$ cm^3

Cette forme permet :

- de respecter la contenance
- d'assurer la solidité
- surtout d'empiler les 1000 verres en colonnes

2 mm = 0,2

$r = 3$

$R = 4$

hauteur 5,16 cm

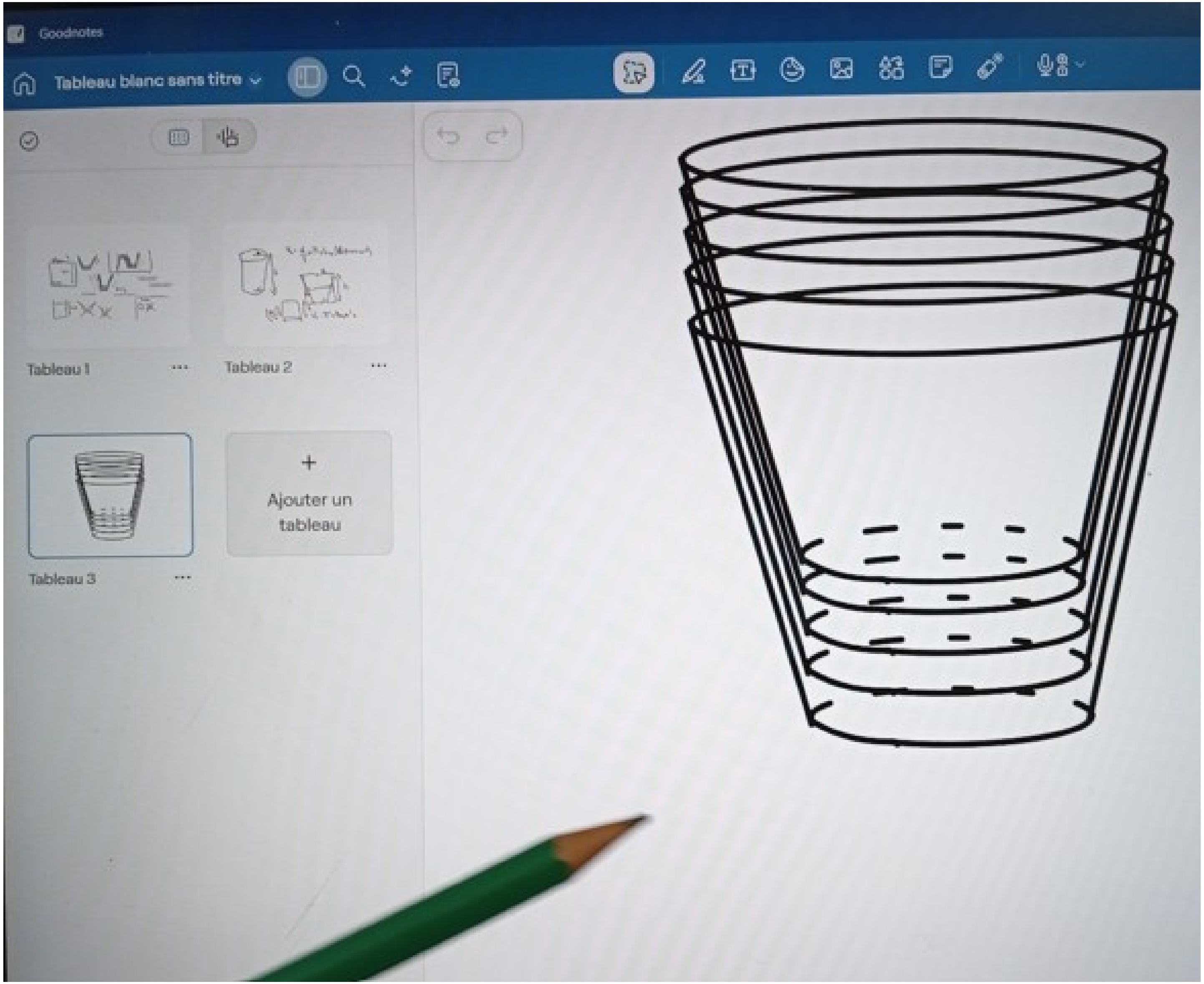
rayon extérieur est : $r_{ext} = 3 + 0,2 = 3,2$

r supérieur $= R_{ext} = 4 + 0,2 = 4,2$ cm

Hauteur extérieur $= h_{ext} = 5,16 + 0,2 = 5,36$ cm

$1000 \times 0,3 = 300$ cm $= 3$ m

$V = \pi \times R^2 \times h$


Goodnotes
Tableau blanc sans titre
Tableau 1
Tableau 2
Tableau 3
+
Ajouter un tableau

Bilan de recherche des élèves de Clermont l'Hérault.

Les verres Kikagaku (RESCO – IRES Montpellier)

Problématique et contraintes

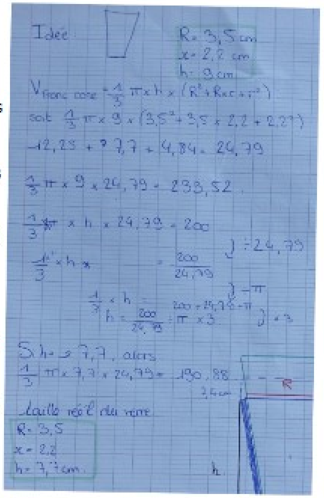
Les élèves ont été engagés dans une démarche de recherche autour de la question suivante : quelle forme de verre permet d'optimiser le rangement de 1000 verres dans une zone donnée ? Deux contraintes principales ont structuré leur réflexion. D'une part, il s'agissait de minimiser l'espace occupé sur une surface plane en optimisant le remplissage par des verres accolés. D'autre part, les élèves ont cherché à maximiser le nombre de verres empilables par pile, afin de réduire le volume total de stockage. L'ensemble de ces contraintes devait être respecté tout en imposant un volume fixe de 200 cm³ pour chaque verre.

Phase d'exploration

Après une phase initiale de questionnement collectif, les élèves ont exploré différentes formes de bases possibles pour leurs verres : triangulaires, carrées, hexagonales ou encore circulaires. Ils ont utilisé des ressources variées, notamment Internet et des outils d'intelligence artificielle, afin d'identifier des formes permettant un bon pavage du plan. Cette phase a été marquée par une démarche d'essais, d'erreurs et de comparaisons entre différentes solutions.

Modélisation et contraintes de volume

La contrainte de volume a conduit les élèves à préciser les dimensions de leurs verres. Dans un premier temps, les calculs ont été simplifiés en utilisant des modèles approchés (cylindre ou pavé droit). Progressivement, les élèves ont affiné leurs modèles en travaillant sur des formes plus réalistes, notamment le tronc de cône et le tronc de pyramide. Le verre étant caractérisé par trois paramètres (les deux rayons de base et la hauteur), les élèves ont appris à fixer deux variables pour en déterminer une troisième, soit par tâtonnement, soit par résolution d'équation. Cette progression a permis de passer d'une approche empirique à une démarche mathématique structurée.



Choix des formes

À l'issue de cette phase, une convergence s'est opérée vers deux types de formes : le tronc de cône, majoritairement retenu, et le tronc de pyramide à base carrée. Ces formes ont été jugées pertinentes car elles permettaient à la fois de respecter la contrainte de volume et d'envisager un empilement efficace.

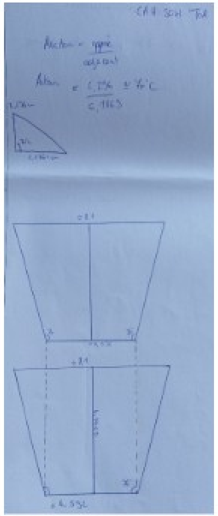
Étude du rangement sur une surface plane

Les élèves ont ensuite étudié la disposition des verres sur une surface plane, en cherchant à minimiser les espaces vides. Cette étape a permis d'aborder implicitement des notions de densité de remplissage et d'optimisation géométrique du plan.

Empilement et prise en compte de l'épaisseur

L'introduction de l'empilement a constitué une étape importante du projet. En prenant en compte une épaisseur de verre de 2 mm, les élèves ont dû modéliser la manière dont un verre s'insère dans un autre. Ils ont réalisé des schémas en coupe et tenté d'estimer le décalage en hauteur entre deux verres empilés.

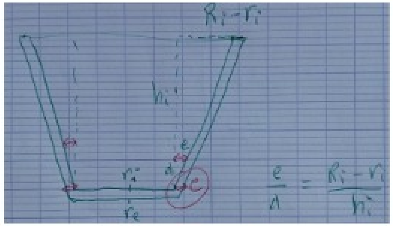
Calcul du décalage

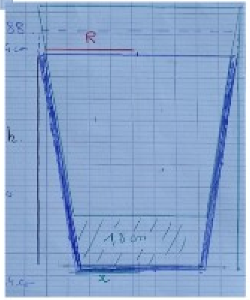


Les élèves ont identifié les paramètres influents, notamment la différence entre les rayons intérieurs, la hauteur du verre et l'épaisseur. Plusieurs méthodes ont été utilisées : recours à l'intelligence artificielle, raisonnement géométrique avec triangles semblables et proportionnalité. Les résultats obtenus pour le décalage se situent entre 1,4 cm et 1,8 cm. Ce travail a permis de mieux comprendre l'origine des formules utilisées.

Bilan pédagogique

Ce projet a permis aux élèves de s'engager dans une situation de recherche authentique, mobilisant des outils mathématiques variés. Ils ont développé des compétences en modélisation, en résolution d'équations et en raisonnement géométrique, tout en apprenant à utiliser de manière critique les outils numériques. L'autonomie, la persévérance et la capacité à argumenter ont été fortement sollicitées.





Groupe C – Classe 7 : 2nde GT6 du lycée René Gosse à Clermont-l’Hérault (M. Clementz)

Bilan de recherche des élèves de Clermont l’Hérault.

Les verres Kikagaku (RESCO – IRES Montpellier)

Problématique et contraintes

Les élèves ont été engagés dans une démarche de recherche autour de la question suivante : quelle forme de verre permet d’optimiser le rangement de 1000 verres dans une zone donnée ? Deux contraintes principales ont structuré leur réflexion. D’une part, il s’agissait de minimiser l’espace occupé sur une surface plane en optimisant le remplissage par des verres accolés. D’autre part, les élèves ont cherché à maximiser le nombre de verres empilables par pile, afin de réduire le volume total de stockage. L’ensemble de ces contraintes devait être respecté tout en imposant un volume fixe de 200 cm³ pour chaque verre.

Phase d’exploration

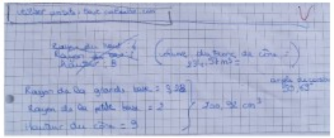
Après une phase initiale de questionnement collectif, les élèves ont exploré différentes formes de bases possibles pour leurs verres : triangulaires, carrées, hexagonales ou encore circulaires. Ils ont utilisé des ressources variées, notamment Internet et des outils d’intelligence artificielle, afin d’identifier des formes permettant un bon pavage du plan. Cette phase a été marquée par une démarche d’essais, d’erreurs et de comparaisons entre différentes solutions.

Modélisation et contraintes de volume

La contrainte de volume a conduit les élèves à préciser les dimensions de leurs verres. Dans un premier temps, les calculs ont été simplifiés en utilisant des modèles approchés (cylindre ou pavé droit). Progressivement, les élèves ont affiné leurs modèles en travaillant sur des formes plus réalistes, notamment le tronc de cône et le tronc de pyramide. Le verre étant caractérisé par trois paramètres (les deux rayons de base et la hauteur), les élèves ont appris à fixer deux variables pour en déterminer une troisième, soit par tâtonnement, soit par résolution d’équation. Cette progression a permis de passer d’une approche empirique à une démarche mathématique structurée.

Choix des formes

À l’issue de cette phase, une convergence s’est opérée vers deux types de formes : le tronc de cône, majoritairement retenu, et le tronc de pyramide à base carrée. Ces formes ont été jugées pertinentes car elles permettaient à la fois de respecter la contrainte de volume et d’envisager un empilement efficace.



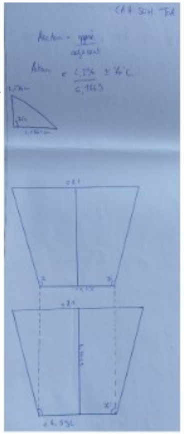
Étude du rangement sur une surface plane

Les élèves ont ensuite étudié la disposition des verres sur une surface plane, en cherchant à minimiser les espaces vides. Cette étape a permis d’aborder implicitement des notions de densité de remplissage et d’optimisation géométrique du plan.

Empilement et prise en compte de l’épaisseur

L’introduction de l’empilement a constitué une étape importante du projet. En prenant en compte une épaisseur de verre de 2 mm, les élèves ont dû modéliser la manière dont un verre s’insère dans un autre. Ils ont réalisé des schémas en coupe et tenté d’estimer le décalage en hauteur entre deux verres empilés.

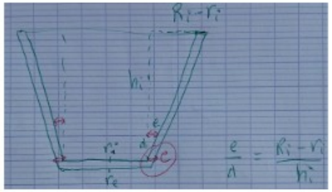
Calcul du décalage

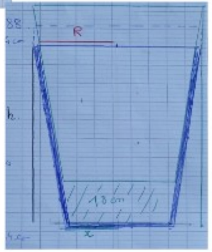


Les élèves ont identifié les paramètres influents, notamment la différence entre les rayons intérieurs, la hauteur du verre et l’épaisseur. Plusieurs méthodes ont été utilisées : recours à l’intelligence artificielle, raisonnement géométrique avec triangles semblables et proportionnalité. Les résultats obtenus pour le décalage se situent entre 1,4 cm et 1,8 cm. Ce travail a permis de mieux comprendre l’origine des formules utilisées.

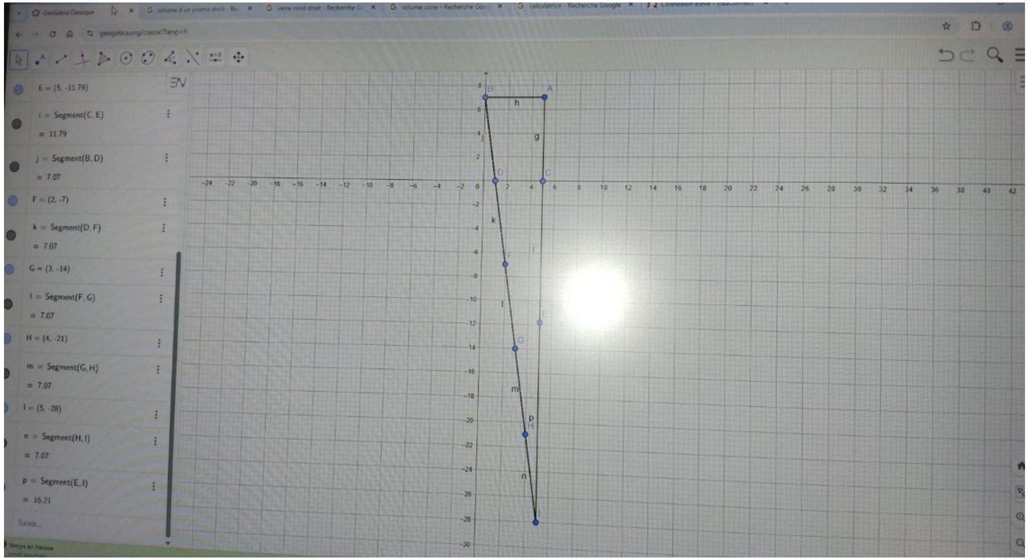
Bilan pédagogique

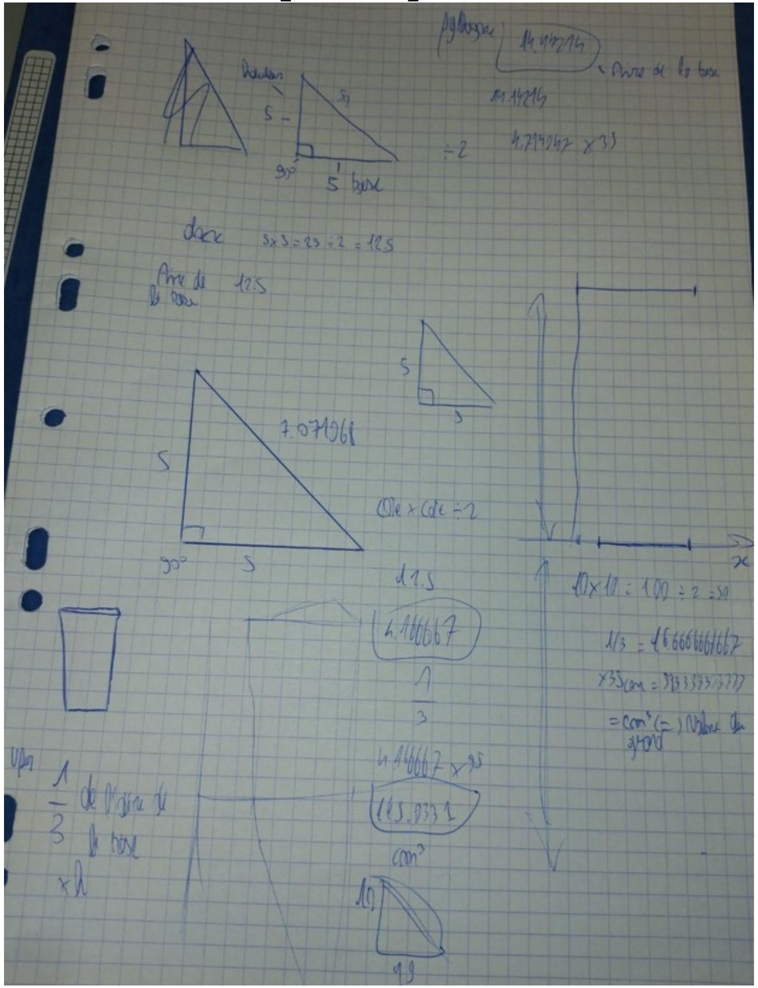
Ce projet a permis aux élèves de s’engager dans une situation de recherche authentique, mobilisant des outils mathématiques variés. Ils ont développé des compétences en modélisation, en résolution d’équations et en raisonnement géométrique, tout en apprenant à utiliser de manière critique les outils numériques. L’autonomie, la persévérance et la capacité à argumenter ont été fortement sollicitées.

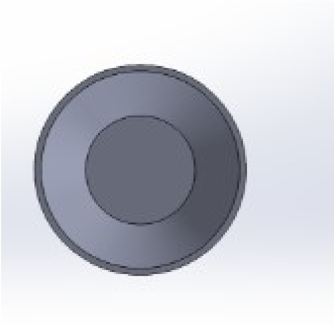


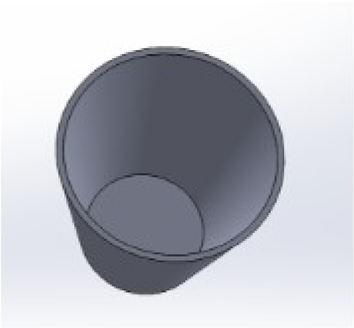


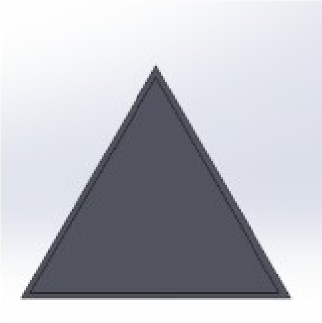
Groupe C – Classe 8 : 2nde 3 du lycée Jean Racine à Montdidier (Mme Baraquin)

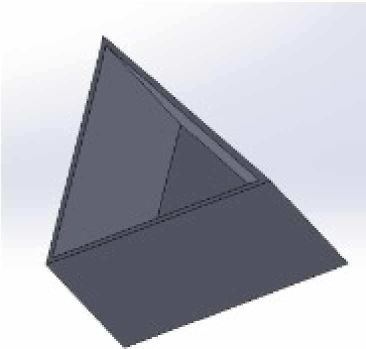






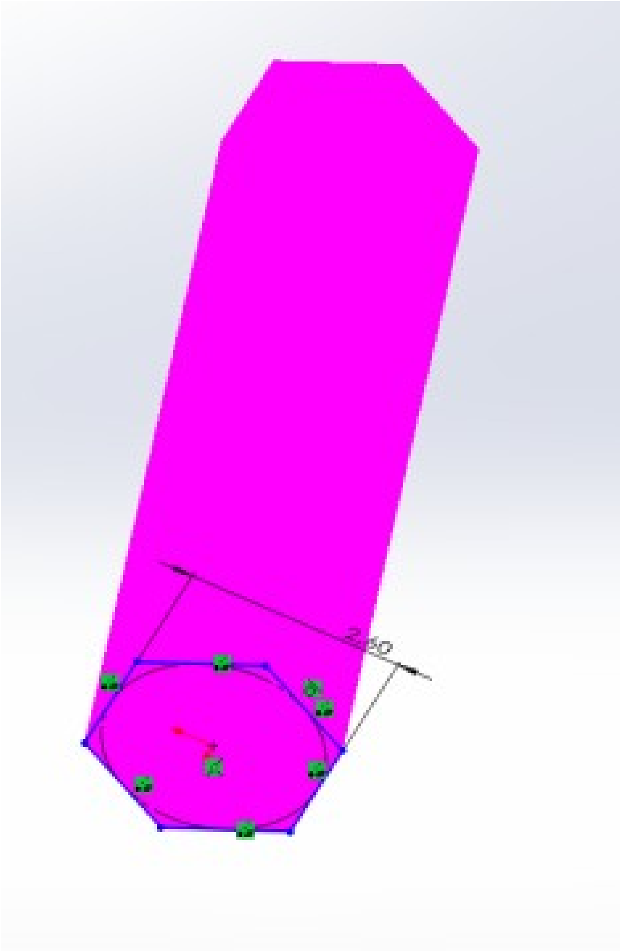


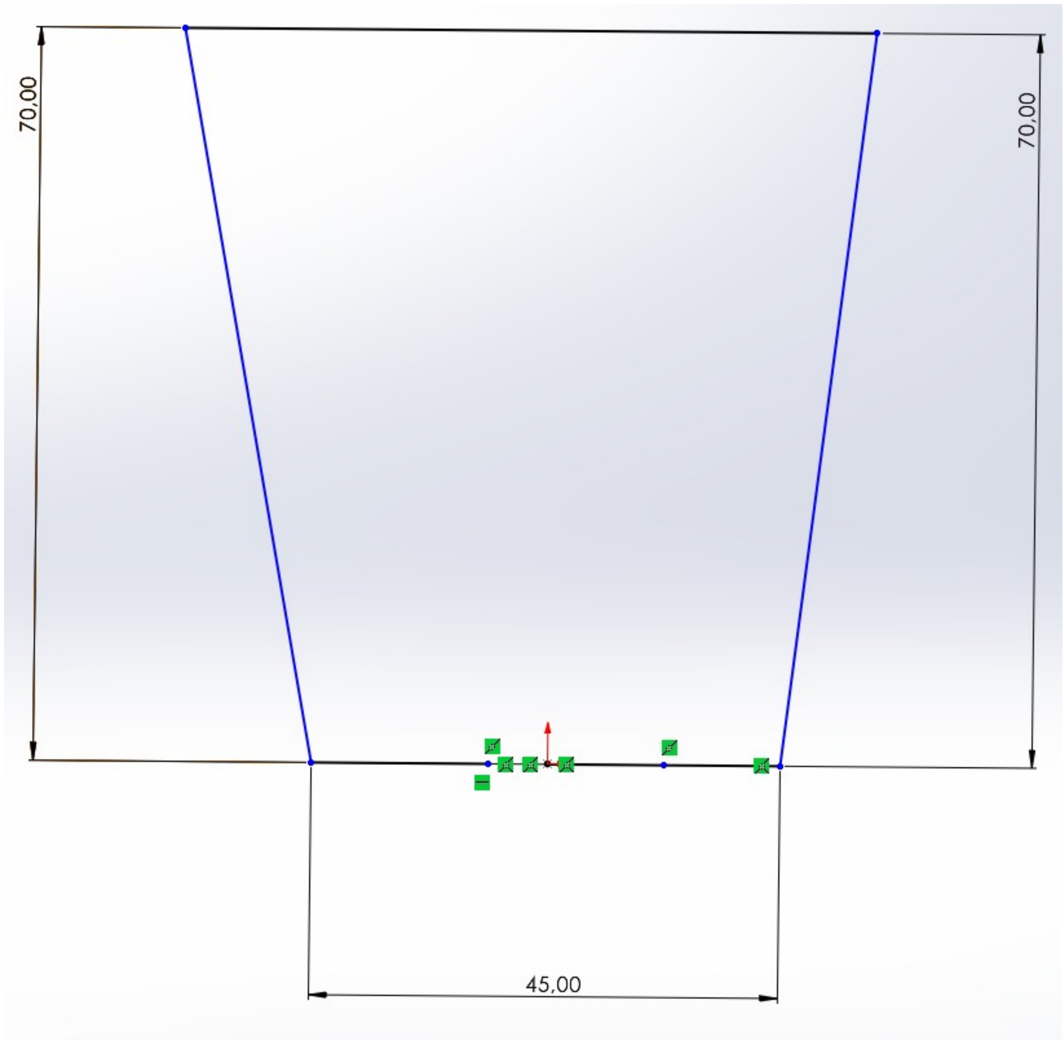


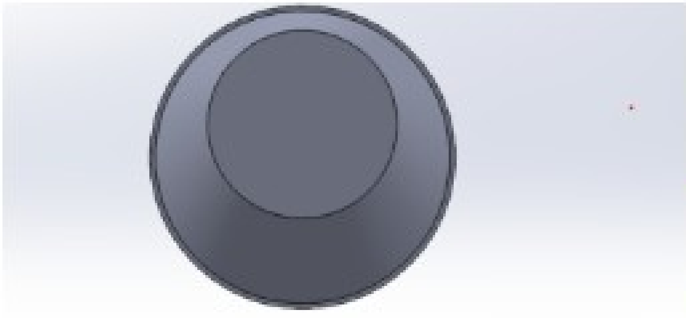


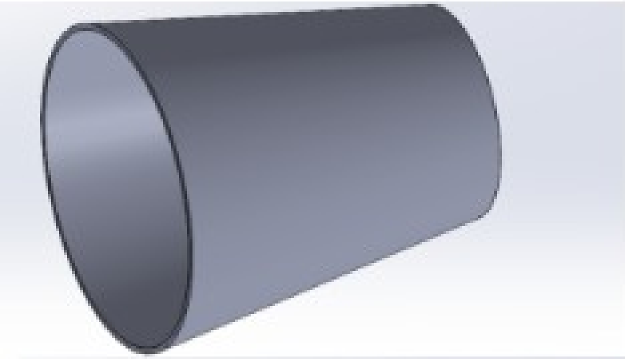
Résolution de verre :

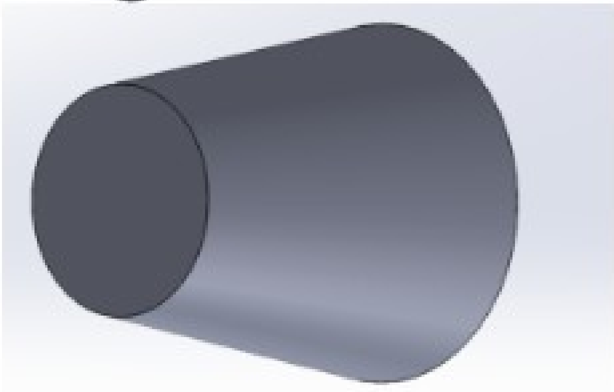
Avec notre verre qui de base hexagonal de côté régulière de 2.6cm de hauteur 10cm soit à un volume=25cl on peut donc superposer 4 rangers de 250 verres .









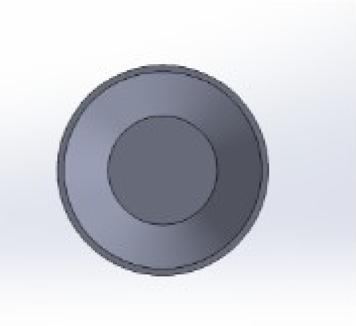


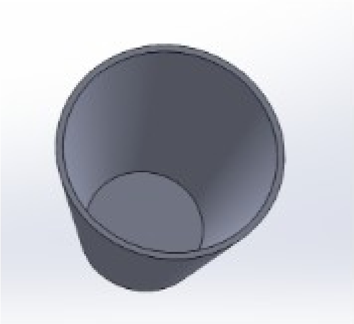
Hauteur de 200 cm

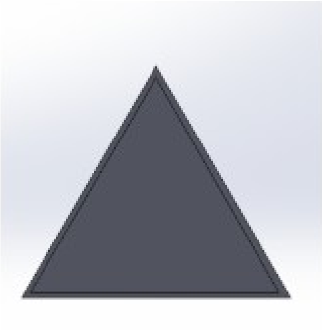
Petit disque de 10 cm

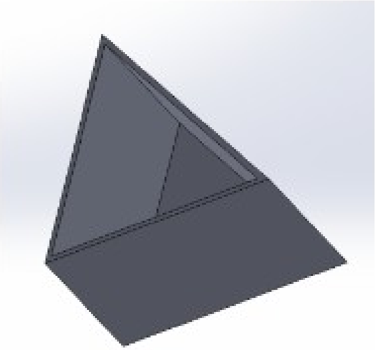
Grand disque de 20cm

Verre de contenance de 20cl

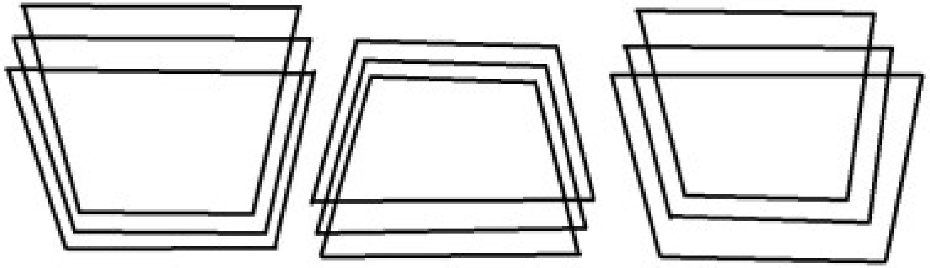


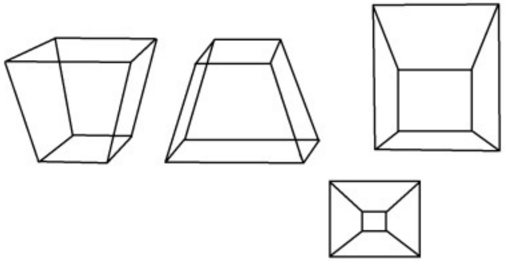


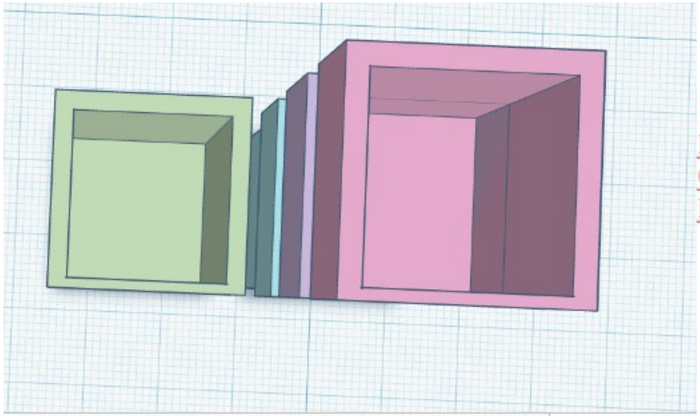




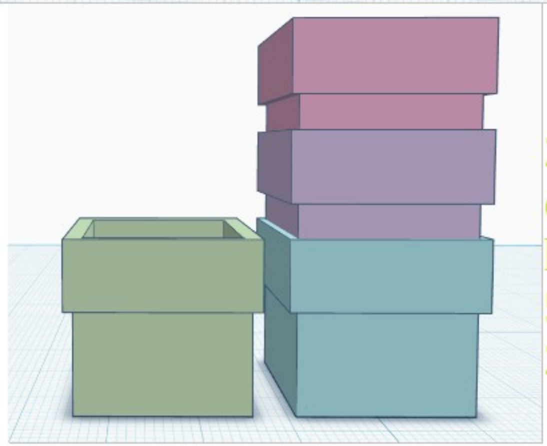
Empilages des verres







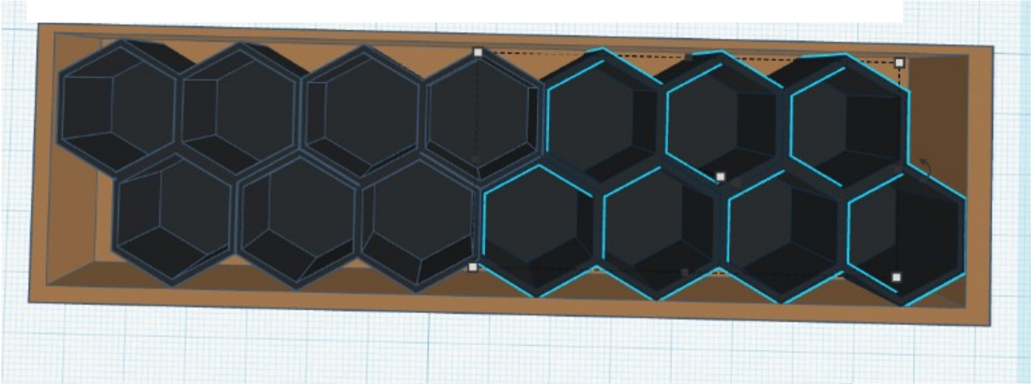
Tallon-Lacourte Lynsey
Oustinuk Clara
Briet Sheryline

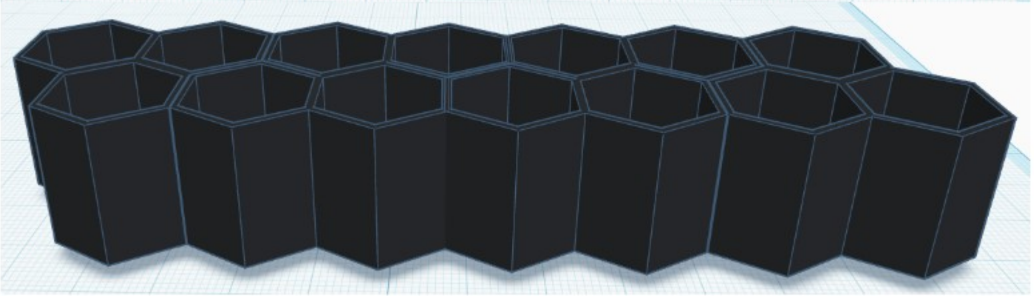


200cm³
côte de la base 5cm
hauteur 8 cm
5x5x8=200cm³
20cl

Résolution de verre :

Avec notre verre qui de base hexagonal de côté régulière de 2.6cm de hauteur 10cm soit à un volume=25cl on peut donc superposer 4 rangers de 250 verres .

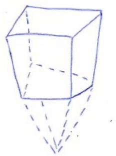




Nombre de côté: 6
longueur d’un côté environ :2,8cm
hauteur : 8cm
volume : 20 cl

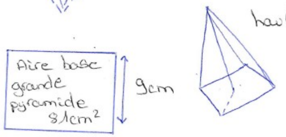
Groupe D – Classe 10 : 2nde 6 du lycée du Pays de Retz à Pornic (Mme Guichard)

G1 2nd6



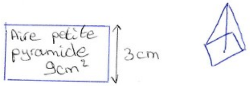
V Pyramide = $\frac{\text{aire base} \times h}{3}$

Vverre = Vgrande pyramide - V petite pyramide
= 20cL



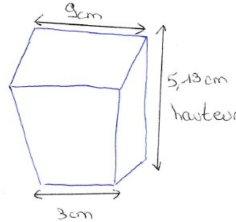
hauteur = 7,69cm

Vgrande pyramide = $\frac{81 \times 7,69}{3}$ = 207,63 cm³



hauteur = 2,56cm

V petite pyramide = $\frac{9 \times 2,56}{3}$ = 7,68 cm³



hauteur verre = 7,69 - 2,56
= 5,13 cm

Vverre = 207,63 - 7,68
= 199,95 cm³
= 19,995 cL
≈ 20cL

Les verres ont la même forme

la proportion entre le bas et le haut est : $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Donc $\frac{1}{3}$ de la hauteur du verre rentre dans l'autre

5,13 ÷ 3 = 1,71

Donc 1,71 cm est caché quand on empile 2 verres.

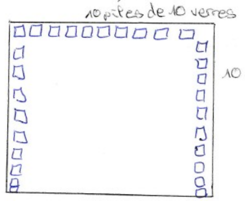
la hauteur d'un verre est 5,13 cm.

On enlève la partie cachée : 5,13 - 1,71 = 3,42 cm

Chaque verre ajouté augmente la hauteur de 3,42 cm

Une pile de 10 verres :

5,13 + 3,42 × 9 = 5,13 + 30,78
= 35,91 cm

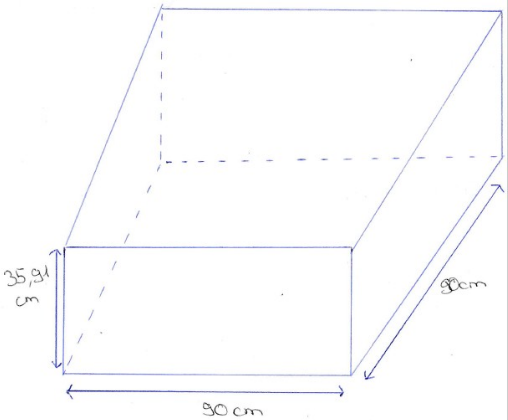


total de verres = 10 × 10 × 10
= 1000

10 verres à côté = 9 × 10
= 90cm

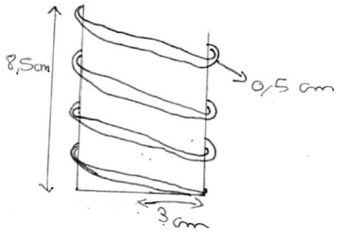
Donc l'étagère contenant les verres ferra 35,91cm de haut et sa base serat un carré de 90 cm de côté.

Etagère contenant 1000 verres :



Varmoire = L × l × h
= 90 × 90 × 35,91
= 290 871 cm³

Verre - 2ème modèle : "verre qui se visse"



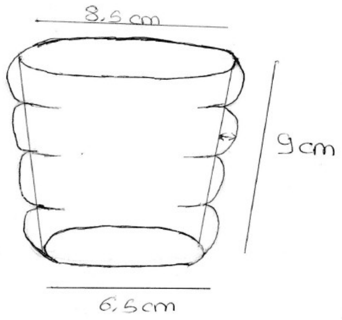
r → 3 + 0,5 = 3,5 cm

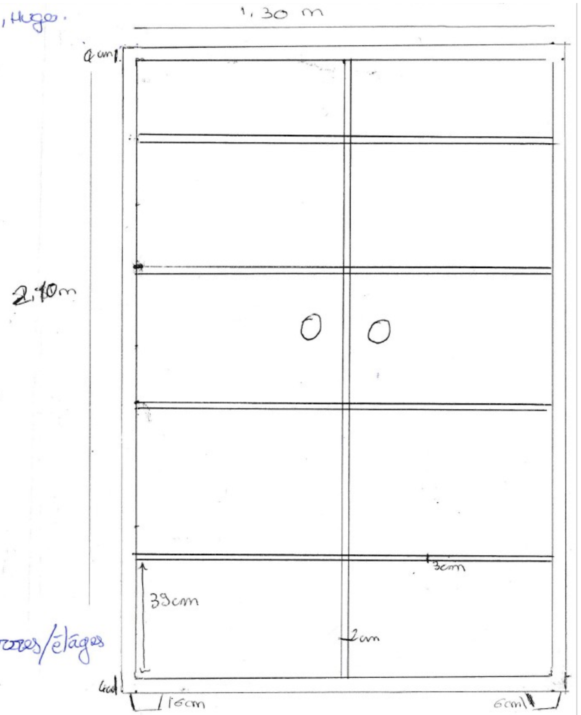
Vverre = π × R² × h
= π × 3,5² × 8,5
= 327,1183351 cm3
≈ 327,12 cm3
≈ 32,7 L

G2 benjamine, ninef marius, Hugo.

echelle 1: 1,41

verre : 30cL

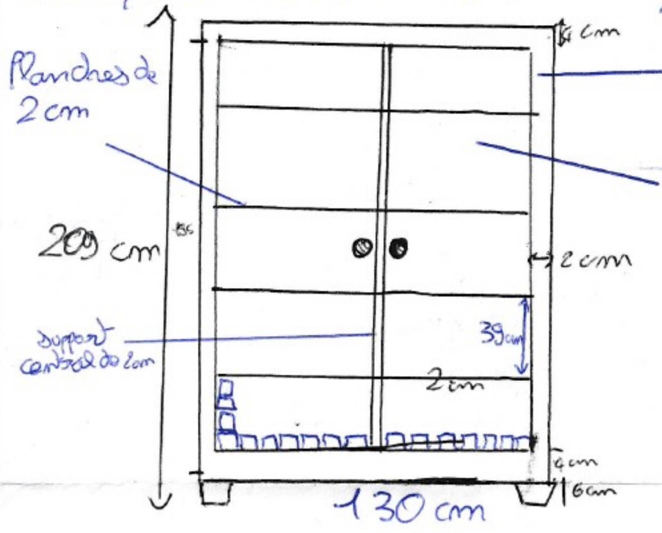




224 verres/étages

4 verres en hauteur
4 verres en prof
7verres/ cotés de chaques étages

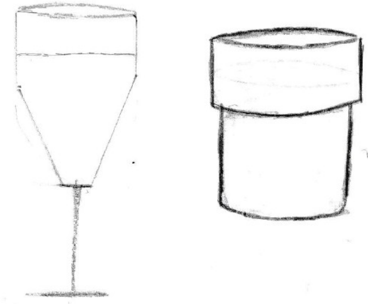
224 verres /étages



8cm des hauteur totale des planches d'étagère

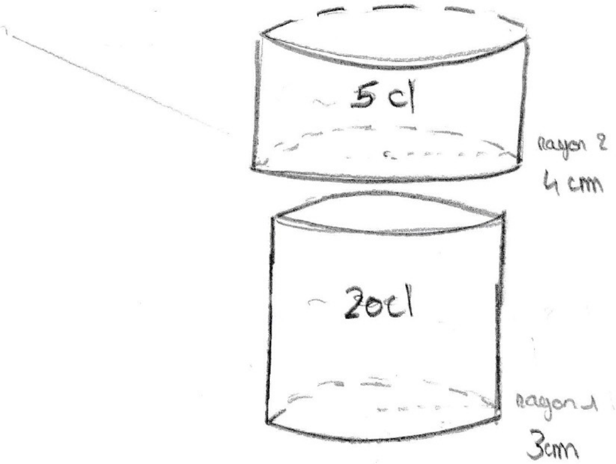
On laisse 3cm d'espace entre le dernier verre de chaques piles et la planche

Dimention finales : hauteur = 181cm
profondeur = 50 cm
largeur = 130 cm

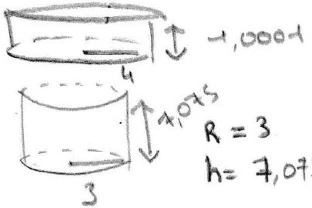


pas empilabe esthétique

empilabe mais esthétique



$\boxed{\text{verre doit} = 20\,cl + 5\,cl = 25\,cl}$



R = 3

h = 7,075

$\pi \times R^2 \times h$

$(\pi \times 3^2 \times 7 = 197,92\ cm^3 \rightarrow 19,7\ cl\ ) \rightarrow$ test

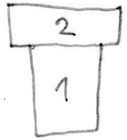
$\pi \times 3^2 \times 7,075 = 200,04 \rightarrow \sim 20\,cl$ haut

$\pi \times 4^2 \times 1,0001 = 50\ cm^3 \rightarrow \sim 5\ cl$ bas

Total volume verre = $\underline{25\,cl}$

Volume total verres $= 49\ 850\ cm^3$

Volume de 1 verre:



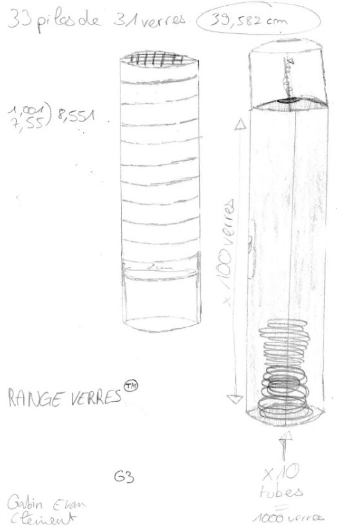
1: $\pi \times 4^2 \times 1,001 = 50\,cm^3 = 5\,cl$

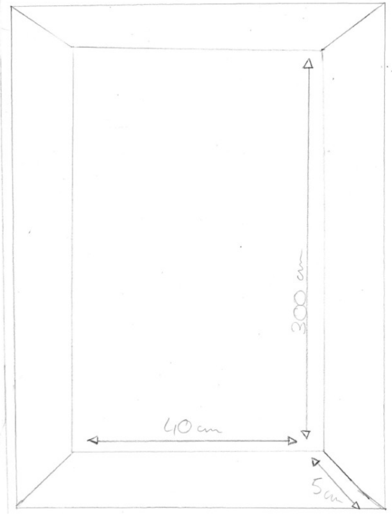
2: $\pi \times 3^2 \times 7,075 = 200\,cm^3 = 20\,cl$

Volume verre: $200 + 50 = 250\,cm^3$

Volume total verres: $250 + 50(31 \times 32) = 49\ 850\,cm^3$

Volume armoire: $300 \times 40 \times 5 = 60\ 000\,cm^3$





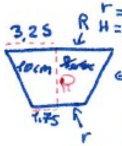
G3

Gabin Evan
Clément

• Verre :

$V = \pi \times r^2 \times R$

R = 6,5 cm } diamètre
r = 3,5 cm }
H = 10 cm



← 20 cL

$= \pi \times 3{,}25^2 \times 1{,}75 \times 1{,}75^2 = 10{,}56 + 5{,}68 + 3{,}06 = 19{,}3125$

$\frac{H}{3} = \frac{10}{3} = 3{,}33333$

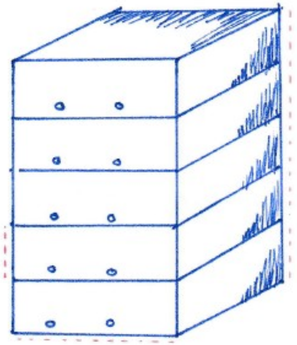
$= 3{,}333 \times 19{,}3125 \approx 64{,}375$

$64{,}375 \times \pi \approx 202\ mL \approx 20\ cL$ ✓

Ce verre contient ≈ 20,8 cl de volume et est parfaitement empilable les uns sur les autres.

• Etagère :

- 5 étages.
- $\frac{1000}{5} = 200$ → 200 verres par étage.
- 4 verre sur la largeur.
- 5 verre sur la longueur
- $4 \times 5 = 20$ → $20 \times 10 = 200$
  ↳ 20 emplacement de verre empilé par 10.



empilage :

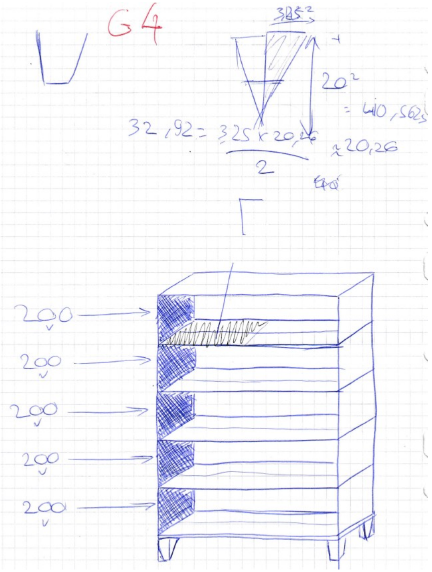
$d = \frac{1{,}75 \times 10}{3{,}25 - 1{,}75} = \frac{17{,}5}{1{,}75} \approx 11{,}67\ cm$

$10 - 11{,}67\ cm = 1{,}67\ cm$

$10 + 1{,}67 \times \text{arbre}^5 = 18{,}35$

$18{,}35 \times 5 = 91{,}75\ cm$

G4



VERRE $V = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 3{,}25^2 \times 8 \simeq 265\ cm^3 = 26{,}5\ cl$

R = 3,25 h = 8 cm

Ce verre contient 26,5 cl de volume et est parfaitement empilable

ÉTAGÈRE

5 étage

$1000 \div 5 = 200$

200 verre / étage

4 verre / largeur

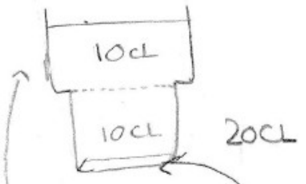
5 verre longueur

$4 \times 5 = 20$

$20 \times 10 = 200$

20 ~~verre~~ emplacement de verre empilé par 10

il y a 5 étage



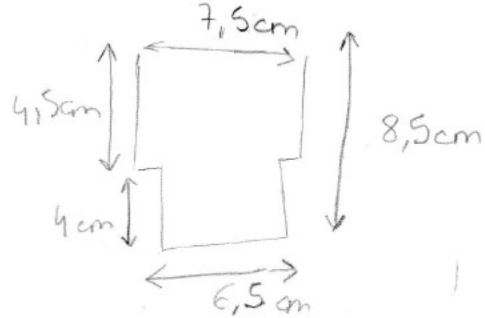
on calcule le petit carré du bas puis celui du haut et on additionne les deux valeurs.

côté x côté

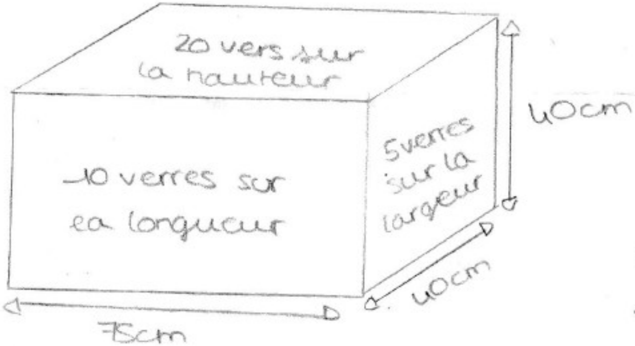
Calculer avec

$V = 20cL = 200\ cm^2$

Hauteur totale :



épaisseur du verre : 5mm



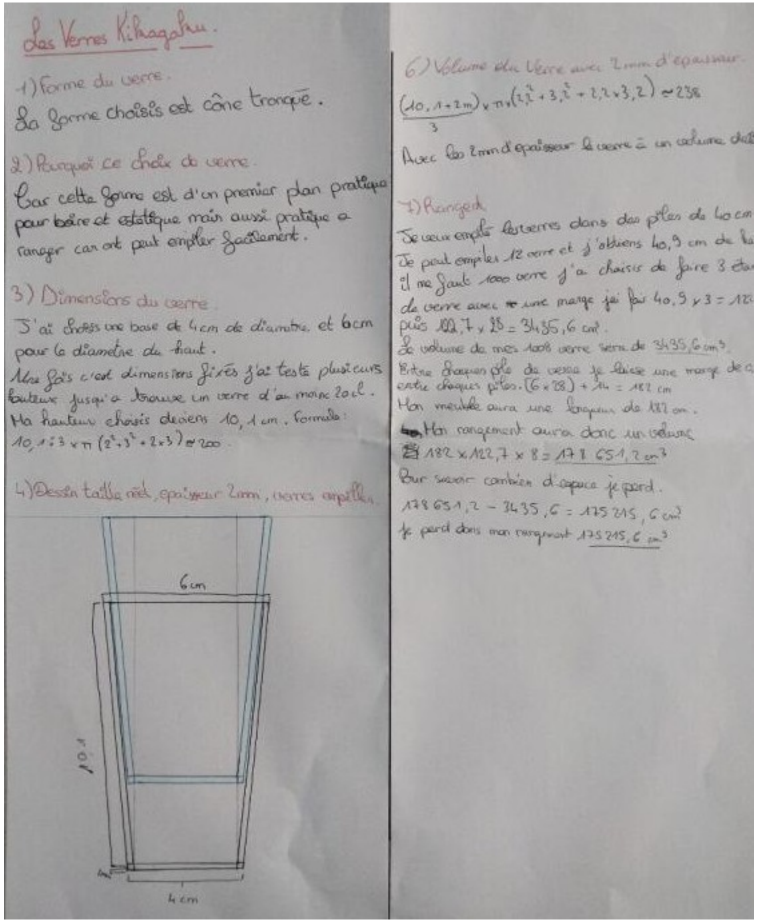
$V = L \times P \times H$

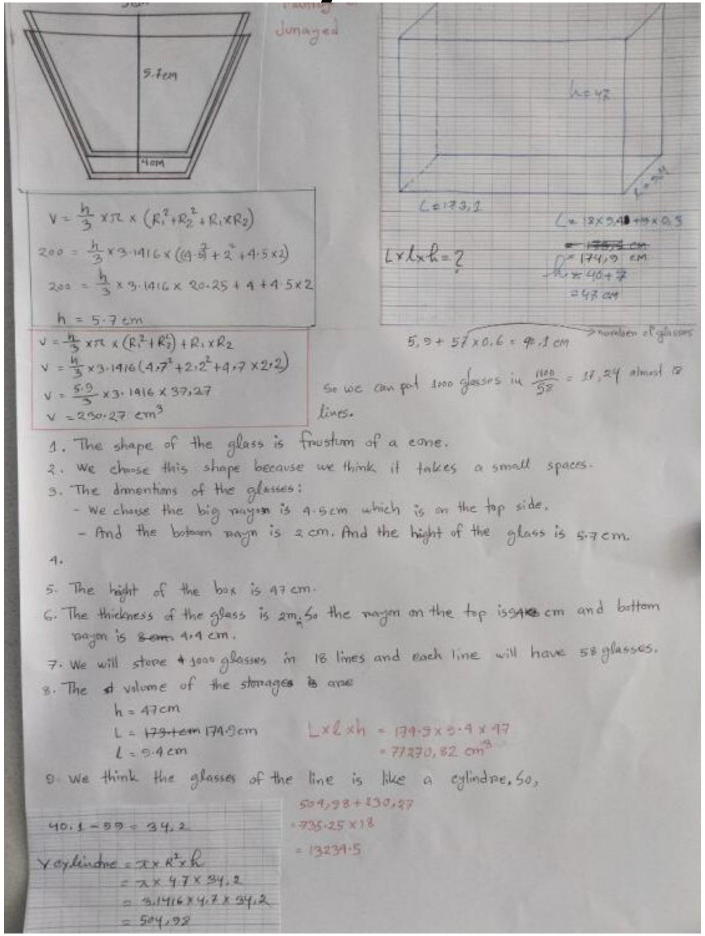
$V = 40 \times 75 \times 40$

$40 \times 40 = 1600$

$1600 \times 75 = 120\,000\ cm^3$

Groupe E – Classe 15 : 2nde MCDBTP du lycée professionnel Paul Langevin à Beaucaire (M. Lavolé)





Mathis Pinheiro [illegible]

Plan d'affiche

Les verres kikagaku

1. – Nous avons choisi pour la forme du verre un double cylindre (verre de cantine).

2. – Nous avons fait ce choix en raison de la simplicité du verre (c'est un verre pour tout usage).
Mais aussi nous pensons que c'est un verre avec des avantages multiples pour la restauration.

3. – Pour la dimension, nous avons choisi

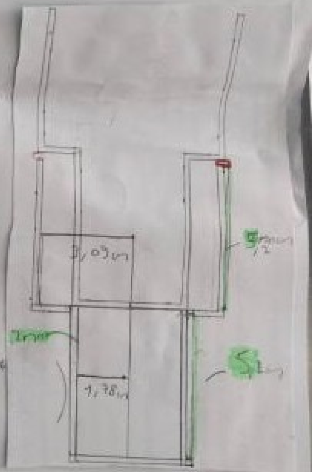
– hauteur = 5cm	– Hauteur = 5cm
– épaisseur = 2mm	– épaisseur = 2mm
– R_1 = 1,78cm	C_1 = 50cm³
– R_2 = 3,09cm	C_2 = 150cm³
Dimension calculées	Dimension choisies

R = rayon

– C = cylindre

4. –

5. –



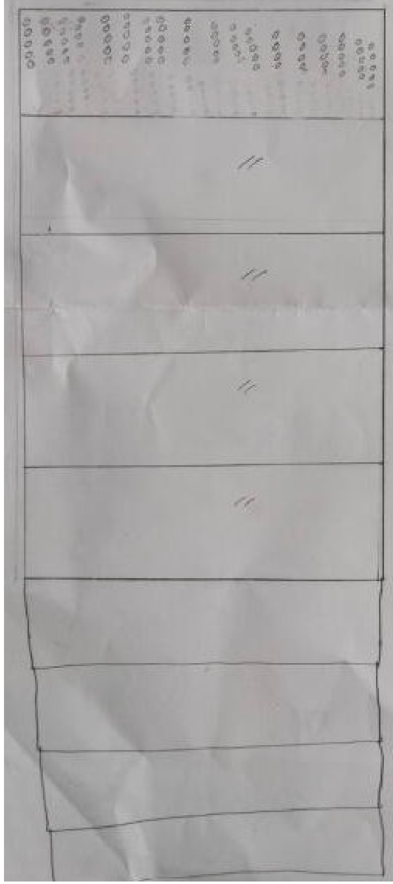
6. – Les volumes de notre verre avec son épaisseur de (2mm) sont :

$V_1 = \pi \times R_1^2 \times H$ $50 = \pi \times R^2 \times 5$ $50 \div \pi \div 5 = 3,18$ $= \sqrt{3,18}$ $= 1,78$cm (R_1)	$V_2 = \pi \times R_2^2 \times h$ $150 = \pi \times R_2^2 \times 5$ $= 150 \div \pi \div 5$ $= 9,55$ $\sqrt{9,55}$ $= 3,09$ (R_2)

7. –

8. – 2 piles de 5 verres ~~par étagère~~ sur 10 étagères
10 piles de 5 verres sur 10 étagères

Rangement

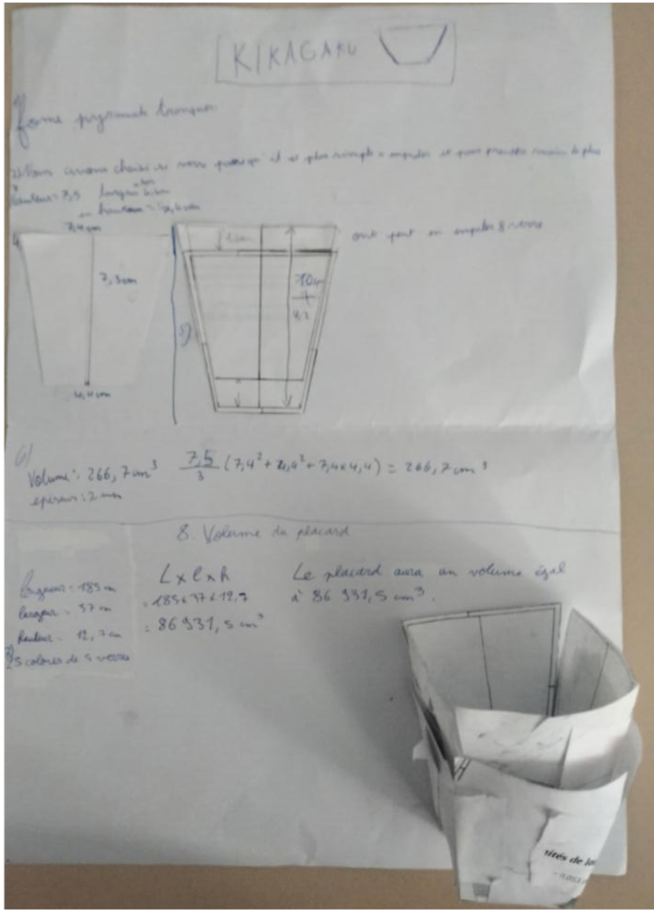


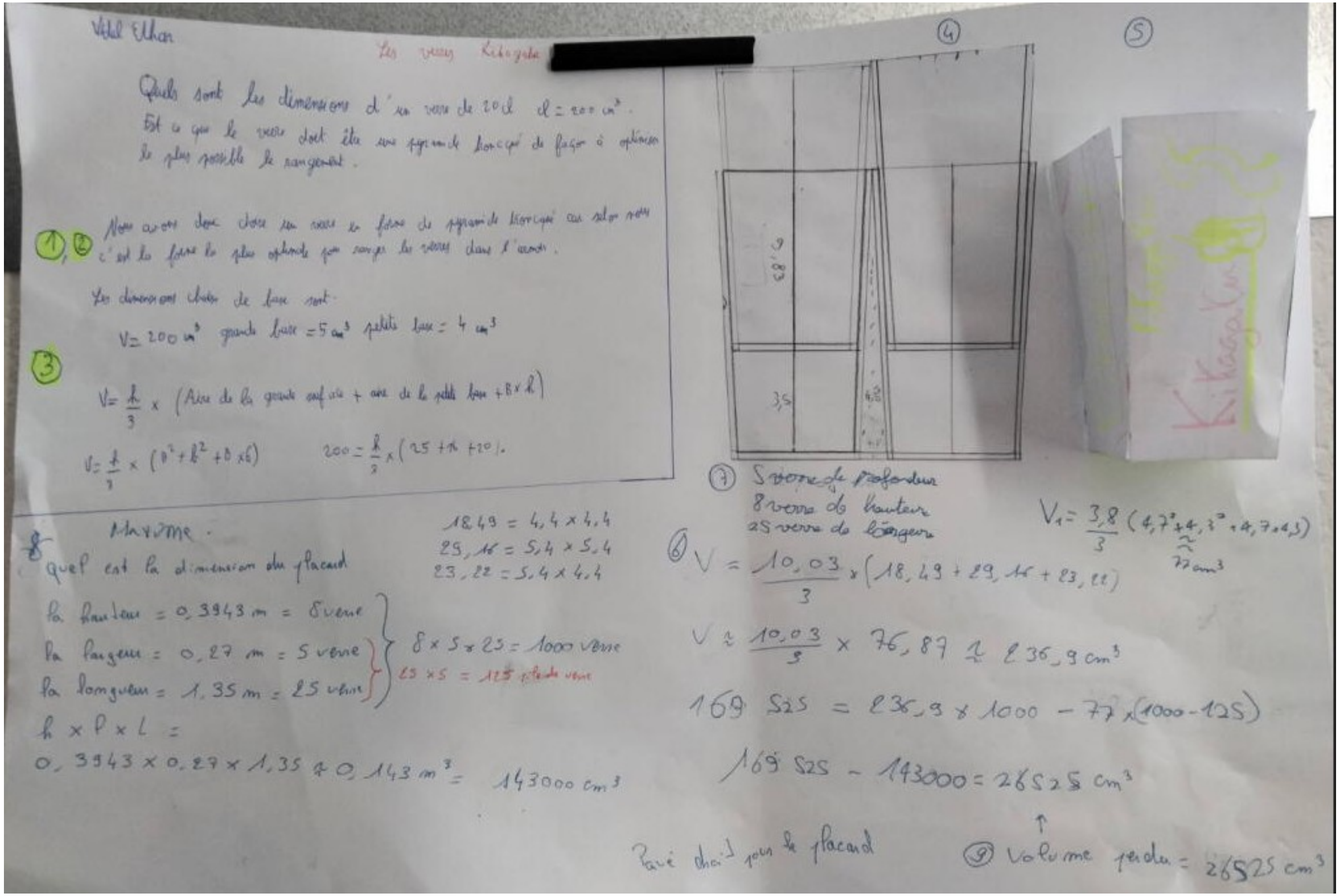
voici le Rangement notre armoir à 10 étagèr et dans chaque rangement il y a 20 piles de 5 verre qui fair

$20 \times 5 = 1000$

$100 \times 5 = 500$

Groupe F – Classe 16 : 2nde MTNE
du lycée professionnel Paul Langevin
à Beaucaire (M. Lavolé)





Groupe G – Classe 19 : 2nde 5 du collège Raoul Dufy à Lyon (Mme Therez)

Bilan personnel - Qu'est-ce qui m'a paru le plus intéressant, le plus difficile, ... ?

Ce travail était intéressant car il mélange mathématiques et situation réelle. Il était difficile de penser à tous les paramètres en même temps → volume, hauteur, épaisseur, empilement. Ce qui m'a le plus intéressé, c'est de trouver la forme la plus efficace pour gagner de la place.

2) Nous proposons un verre de forme cylindrique.

Dimensions intérieures:

- rayon : 3 cm
- hauteur : 7,5 cm

Épaisseur du verre : 2 mm

Le volume du verre : $V = \pi \times 3^2 \times 7{,}5 \approx 212\ cm^3$ soit environ 21,2 cL.

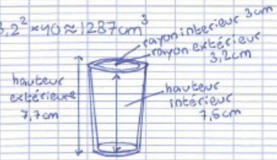
La contenance est donc supérieure à 20 cL.

Parce que l'épaisseur du verre est 2 mm, les dimensions extérieures sont :

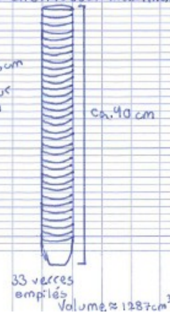
- rayon extérieur : 3,2 cm
- hauteur extérieur : 7,7 cm

On peut supposer que le chevauchement est de 6.5 cm, ce qui signifie que seulement 1,2 cm contribue à la hauteur totale. Cela signifie qu'environ 33 verres peuvent être empilés pour obtenir une hauteur maximale de 40 cm, car $40 \div 1{,}2 = 33{,}333 \approx 33$ verres.

$V_{pile} = \pi \times 3{,}2^2 \times 40 \approx 1287\ cm^3$



Volume du verre ≈ 212 cm³ Soit 21,2 cL.



BAILLY-CHASLES
Juliette

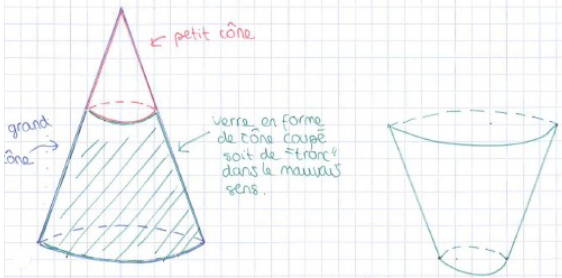
TRAVAIL DE RECHERCHE

205

D'après mon livret Resco je retiens plusieurs contraintes.

- les verres doivent pouvoir s'empiler
- Ils doivent avoir une contenance d'au moins 20 cL et une épaisseur de 2 mm
- Une pile de verre ne doit pas dépasser 40 cm.

Suite à ces contraintes, j'ai pensé à un verre ayant la forme d'un cône à l'envers avec la pointe coupée pour que l'on puisse le poser sur une table, comme une sorte de "tronc". Ses côtés "évasés" et non droits nous permettraient de les empiler et donc d'optimiser l'espace de stockage.



verre "tronc" de cône à l'envers (soit dans le bon sens pour qu'on puisse le poser et pour qu'il soit empilable / ergonomique).

On en conclut donc que pour calculer le volume de notre verre, il suffit de soustraire le volume du petit cône au volume du grand cône. Or il existe une formule de tronc de cône qui nous évite de devoir chercher les dimensions de tous les cônes.

FORMULE DE TRONC DE CÔNE : $\frac{\pi \times h}{3} \times (R^2 + r^2 + R \times r)$.

Pour les dimensions de notre verre, je suppose que les diamètres intérieurs du bas et du haut doivent être compris entre 6 et 8 cm

pour que notre verre soit agréable à tenir. J'ai utilisé le raisonnement par tâtonnement (sachant donc que d'après moi les rayons doivent être entre 3 et 4 cm).

On a donc :

$\left.\begin{array}{l} r = \text{rayon intérieur bas} = 3\ cm \\ R = \text{rayon intérieur haut} = 3{,}8\ cm \end{array}\right\}$ tâtonnement

Il nous suffit de trouver la hauteur pour que notre verre ait une contenance de 20 cL soit 200 cm³ (au moins).

$$V = \frac{\pi \times h}{3} \times (R^2 + r^2 + R \times r)$$

Ainsi :

$$200 = \frac{\pi \times h}{3} \times (3{,}8^2 + 3^2 + 3{,}8 \times 3)$$

$$200 = \frac{\pi \times h}{3} \times (14{,}44 + 9 + 11{,}4)$$

$$200 = \frac{\pi \times h}{3} \times 34{,}84$$

Donc

$$h = \frac{200 \times 3}{\pi \times 34{,}84}$$

$$h = \frac{600}{109{,}4530881}$$

$$h = 5{,}481800563 \approx 5{,}5\ cm.$$

Donc notre verre a une hauteur intérieure de 5,5 cm.

On vérifie la contenance de notre verre (vérification) :

$$\frac{\pi \times 5{,}5}{3} \times (3{,}8^2 + 3^2 + 3{,}8 \times 3) = \frac{\pi \times 5{,}5}{3} \times 34{,}84 = 200{,}6639948\ cm^3 \approx 20{,}1\ cL$$

Notre verre a un volume de 20,1 cL avec ces dimensions intérieures :

20,1 > 20 donc cela respecte les contraintes (au moins 20 cL).

Juliette 205

Sachant que le verre doit avoir une épaisseur de 2mm (0,2cm), les dimensions finales de notre verre sont :

$r = 3 + 0,2 = 3,2cm$ (soit un diamètre de 6,4cm)

$R = 3,8 + 0,2 = 4$ cm (soit un diamètre de 8cm)

$h = 5,5 + 0,2 = 5,7$ cm.

Ainsi avec ces dimensions, la contenance du verre est d'au moins 20 cL.

Combien de verres de ce type pouvons nous empiler pour avoir une pile d'au plus 40 cm ?

On sait que les verres ont une épaisseur de 0,2cm. On sait aussi qu'ils ne pourront pas parfaitement s'embriquer les uns dans les autres.
On prévoit alors un espace de 1,2 cm (épaisseur comprise) on notera arbitrairement cet espace p.

Soit n le nombre de verres et H_n la hauteur de la pile.

H_n = Hauteur du 1^er verre + $(n-1) \times p \leq 40$.

On résoud l'inéquation :

$5,7 + (n-1) \times 1,2 \leq 40$.

$5,7 + (n-1) \times 1,2 - 5,7 \leq 40 - 5,7$

$(n-1) \times 1,2 \leq 34,3$

$n - 1 \leq \frac{34,3}{1,2}$

$n - 1 \leq 28,58$

$n \leq 29,58$.

Donc on peut empiler au maximum 29 verres.

Vérification : $5,7 + (28 \times 1,2) = 5,7 + 33,6 = 39,3$cm.

$39,3 < 40$ donc la pile respecte bien la contrainte d'être inférieure à 40 cm. (cela peut varier en fonction de p mais 1,2 cm est une valeur que j'ai choisie et que je trouve assez générale et réaliste).

Quel est le volume de cette pile ?

Je suppose qu'on ne cherche pas à additionner le volume des verres de la pile mais plutôt le volume total de l'espace occupé par la pile dans le placard. Selon moi, on représente la pile par un cylindre qui l'enveloppe complètement.

Formule du cylindre : $\pi \times R^2 \times h$

avec $R^2 \rightarrow$ rayon le plus large du verre soit 4 cm

et $h \rightarrow$ hauteur de la pile = 39,3 cm.

Donc $V_{pile} = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 4^2 \times 39,3 \approx 1975,6 \text{ cm}^3$

Le volume de cette pile est de 1975,6 cm³ à peu près soit 1,975 L ou 197,5 CL.

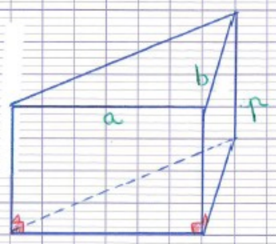
Ainsi, le verre de "cône coupé" respecte les critères principaux à savoir :

- il est empilable
- On peut empiler 29 verres pour 1 pile de moins de 40 cm
- Il est assez solide (épaisseur de 2mm)
- Il est utilisable
- Il a une contenance d'au moins 20 cL (20,1 cL).

Problème RESCO (bis)

Recherches

=> schéma du verre :



=> doit contenir au moins 20cl.

Aire du triangle = $\frac{a \times b}{2}$

Je nomme p la profondeur du verre.

↳ Vol triangle = $\frac{a \times b}{2} \times p$

=> On veut ici : $V \geq 200\ cm^3$

↳ Sachant que a = b (puisqu'il s'agit de la moitié d'un carré), cela revient à :

$\frac{a^2}{2} \times p$ (↳ ≥ 200)

prenons : a = 8cm et p = 7cm

$\frac{8^2}{2} \times 7 = \frac{64}{2} \times 7 = 32 \times 7 = 224\ cm^3 = 22,4\ cl$.

dimensions finales :

- côtés perpendiculaires = 8 cm
- hypoténuse = $8\sqrt{2} \simeq 11,3$ cm
- profondeur = 7 cm.

=> Combien peut on en empiler (40 cm de hauteur au plus)?

(rebords = 2 mm = 0,2 cm)

- Quand on empile les verres :

- le premier mesure toute sa hauteur (= 8cm)
- chaque verre supplémentaire ne rajoute que l'épaisseur du rebord (0,2 cm).

↳ Je nomme h la hauteur totale pour n verres :
$h = 8 + (n-1) \times 0,2$.

On veut ici : $h \geq 40$

Je calcule : $8 + (n+1) \times 0,2 \leq 40$

$-8 + 8 + (n+1) \times 0,2 \leq 40$

$(n-1) \leq \frac{40}{0,2}$

$n - 1 \leq 160$

$n \leq 161$

→ la pile fera exactement 40cm

→ On pourra empiler 161 verres sans dépasser les 40 cm de hauteur imposés

=> Volume de cette pile de verres :

Je sais que la base est un triangle rectangle de côté 8cm : Aire base = $\frac{8 \times 8}{2} = 32 cm^2$.

→ la pile forme un prisme triangulaire :
- Aire base = $32 cm^2$
- hauteur = 40 cm

DONC : $V = 32 \times 40$

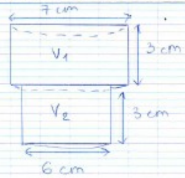
$V = 1280\ cm^3$

→ Cette pile de verres aura pour volume $1280\ cm^3$

Elise
Anaïs
Anaé

problème Resco – design du verre

◦ représentation et dimensions du verre :



◦ contenance du verre :

$V_1 = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 3{,}5^2 \times 3 = 115{,}5\ cm^3 = 11{,}6\ cL$

$V_2 = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 3^2 \times 3 = 85\ cm^3 = 8{,}5\ cL$

$V_{TOTAL\ VERRE} = V_1 + V_2 = 11{,}6 + 8{,}5 = 20{,}1\ cL$

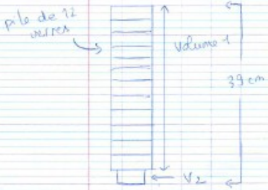
◦ empilement des verres :

on compte 3 cm par verre sauf pour le 1er verre de la pile. $40 - 3 = 37$ ~~37÷20,1=~~

$37 \div 3 \approx 12$ verres $12 \times 3 + 3 = 39$ cm

Une pile de 12 verres mesure 39 cm.

◦ volume de la pile :



épaisseur 2 mm donc + 2 mm au rayon

$V_1 = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 3{,}7^2 \times 36 = 1548\ cm^3$

$\approx 155\ cL$

$V_2 = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 3{,}2^2 \times 3$ ~~= 86,5 cm³ = 8,~~

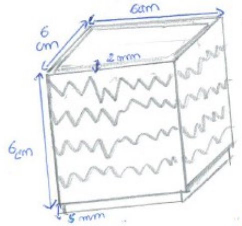
$\approx 102{,}9\ cm^3 = 10{,}3\ cL$

$V_1 + V_2 = 155 + 10{,}3 = 165{,}3\ cL$

Le volume totale de la pile est 165,3 cL.

Lital ARROUCH

les verres de Kikagaku



• Les dimentions les plus petites possibles pour que les verres est une contenance de 20 cL sont que chaque fasses 5,8 cm et donc 6 cm en tout pour l'epaisseur de ~~1~~2 mm.

• $V_{cube} = c \times c \times c$ – on sait que 20 cL = 200 cm³

on essaye donc avec 5 et 6 :

$5^3 = 125 < 200$

$6^3 = 216 > 200$

donc la longueur se trouve entre 5 et 6 cm. Avec plusieur essaie la longueur la plus proche est 5,8.

• Pour pouvoir empiler les verres de manière utile en rajoute un rebord de 5 mm mesurant moins le 5,8 cm. Cela permet de les empiler tout en les laissant solide.

• on sait qu'une tour ne peut faire que 40 cm. Un verre mesurant 6,5 cm (longueur) on peut donc empiler 6 verres. $6, \times 6 = 36$ cm.

Il faut donc 1000 verres. $1000 \div 6 \approx 167$ (et une tour ne sera constitué de seulement 4 verres. $167 \times 6 = 1002 - 2 = 1000$)

• On sait donc qu'une tour messure 40 cm de haut et 5,8 cm par 5,6 cm pour la base.

$V_{pavé} = h \times L \times l$

$= 40 \times 6 \times 6$

$\approx 1440\ cm^3$

Donc. $1440 \times 167 = 240\,480\ cm^2$ sera donc la place dont on aura besoin pour les 1000 verres.

Alice Guillard 2nd5
Maëlo Murray-Hill

$21\ cL = 210\ cm^3$

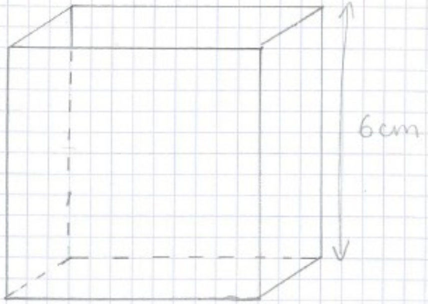
$V_{carré} = c^3$

$210 = c^3$

$\sqrt[3]{210} = \sqrt[3]{c^3}$

$\sqrt[3]{210} = c \approx 5{,}95 \approx 6\ cm$

Nous estimons que la plus grande partie du verre est un cube



Il manque le pied.

↳ Nous estimons que c'est un pavé droit de 4cL

$4\ cL = 40\ cm^3$

$V_{pavé\ droit} = l \times L \times h$

$40 = l \times L \times h$

Il faut que $l = L$ car c'est un pavé droit à base carrer donc :

$40 = 5 \times 5 \times 1{,}6$

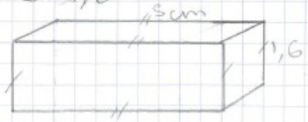
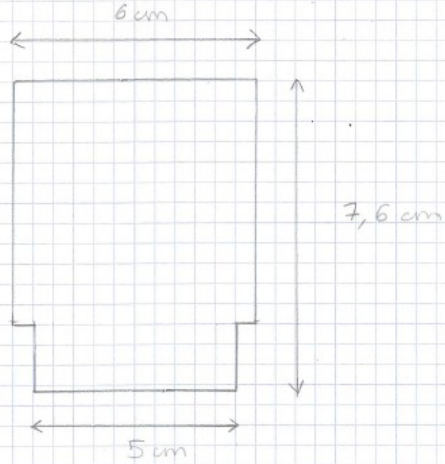


Schéma intégral du verre :



Volume intégrale du verre

$21\ cL + 4\ cL = 25\ cL$

ou

$6 \times 6 \times 7{,}6 - 1 \times 5 \times 1{,}6 \times 2$

$= 257{,}6\ cm^3 = 25{,}76\ cL$

$7{,}6 \times 5 = 38$

7,6 est la hauteur total d'un verre

On peut donc faire des piles de 5 verres sans que ça dépasse les 40 cm

$25 \times 5 = 125\ cL = 1{,}25\ L$

25 est le volume total d'un verre.

La pile fera donc un volume total de 1,25 L.

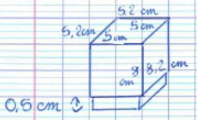
PROBLÈME RESCO

Forvet Alyona
CHAUMETTE Louise-Adèle
205
Ouaran Mandy

Nous voulons que notre verre soit sous forme cubique ou rectangulaire, avec un socle pour pouvoir être empilé. Cette forme de verre nous permettra de ne pas perdre d'espace de rangement lorsqu'on mettra les piles de verres côte à côte.

20 cL = 200 mL = 200 cm^3

Un verre de volume intérieur de 200 cm^3 a pour dimensions intérieures 5×5×8 (5×5×8 = 200).
Les dimensions extérieures avec l'épaisseur du verre de 2 mm sera de 5,2×5,2×8,2.



La hauteur du socle sera de 5 mm soit 0,5 cm.

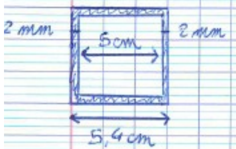
La pile de verre ne peut dépasser les 40 cm pour que les serveurs puissent la porter sans problèmes.

8,2 × 4 + 0,5 = 33,3 cm

Nous pouvons faire des piles de 4 verres maximum. Il faut qu'on stocke 1000 verres. 1000 ÷ 4 = 250
Cela nous fait 250 piles de 4 verres à ranger.

Si l'on dispose les 250 piles de sel pour voir le volume occupé cela nous donne :

schéma non représentatif



verre vu d'en haut

10 × 5,4 = 54 cm
25 × 5,4 = 135 cm

Donc si l'on dispose tous les verres sur un même étage cela nous donne une armoire avec des dimensions minimums de 54 cm de profondeur et 135 cm de largeur (54 × 135). Cela ne correspond pas vraiment à une taille d'armoire standard. Alors le mieux à faire est de disposer les 250 piles sur deux étagères.

250 ÷ 2 = 125 | 14 × 9 = 126 } il y aura une ligne avec une pile en moins

14 × 5,4 = 75,6 cm
9 × 5,4 = 48,6 cm
} Ces dimensions sont idéales pour un placard standard.

Alors l'ensemble des 1000 verres peuvent être répartis sur 2 étagères avec 125 piles de 4 verres d'une hauteur 33,3 cm sur 2 étagères.

Travail du 26/02

Les verres carrés sont les plus ~~optimales~~ optimaux car les verres ronds lorsqu'on les range il y a de la place qui se perd. Alors que les verres carrés se collent parfaitement entre eux. Les verres seront pratiques à utiliser.

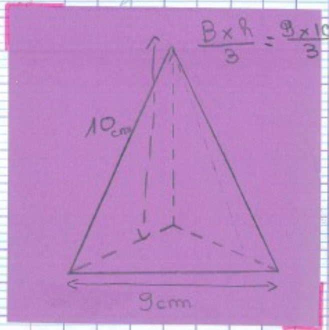
$x \times x$ $\quad \frac{20}{x^2}$?

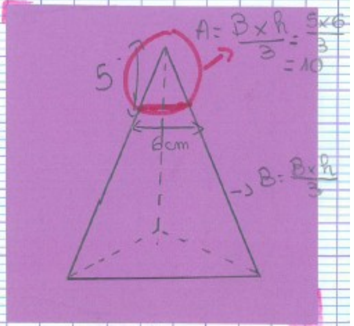
Rivkha
Dayen

Mes verres

la forme que j'ai choisie est le pyramide tronqué

pour calculer le volume il faut calculer l'entiereté de la pyramide puis la soustraire à celle de la petite pyramide

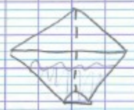




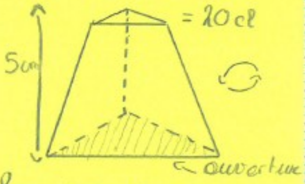
B - A = volume du verre (20cl)

Soit

30 - 10 = 20 cl

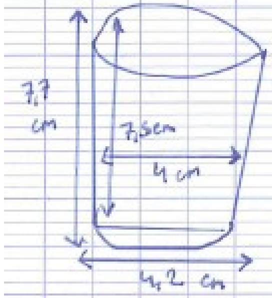


Solution



8 verres à empiler pour faire 40 cm sans compter l'air restant

Ide pour un verre



Hauteur

intérieure = 7,7-0,2 = 7,5

Rayon intérieur = 4,2 - 0,2 = 4 cm

Volume = $\pi \times r^2 \times h$

$V = \pi \times (4)^2 \times 7,5$

$V = 3,14 \times 120$

$V = 376,8\ cm^3$

1 cL = 10 cm^3

donc 376,8 cm^3 ≈ 37,7 cL

plus de 20 cL donc la contrainte est respectée.

Seuls 6,3 cm de la cassette en verre s'emboîtant les uns dans les autres, ce qui laisse un espace de 1,4cm, Je peux donc diviser 40 ÷ 1,40 et obtenir 28, ce qui signifie que 28 verres peuvent être empilés.

V de pile = $3,14 \times (4,2)^2 \times 40$ cm

= $3,14 \times 705,6$

= 2 399 cm^2

Le volume d'une pile est 2 399 cm^3.

Battache
Alès
$2^{nd}5$

Problème Resco

- **Mes idées de calculs :**

- Idéalement le verre devra contenir 20 cL, ce qui représente $200\ cm^3$
$20\ cL = 200\ cm^3$

- Je pense aussi qu'on doit imbriquer les verres pour optimiser le maximum de place, j'opterai donc le verre en forme de pyramide, et pour boire on mettra un trou au sommet de la pyramide.

- $\mathcal{V}_{\text{pyramide à base carré}} = \dfrac{c^2 \times h}{3}$

Rédaction :

Tout d'abord le volume d'un verre en forme de pyramide à base carré est :

- $\mathcal{V}_{\text{pyramide à base carré}} = \dfrac{c^2 \times h}{3}$

avec "c" représentant le côté de la base qui est le côté du carré et "h" représentant la hauteur de la pyramide.

On cherche "a" et "h" tel que $\mathcal{V}_{\text{pyramide à base carré}} = 200\ cm^3$

$$\frac{1}{3} \times c^2 \times h = 200$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \times 3 \times c^2 \times h = 200 \times 3$$

$$\Leftrightarrow c^2 \times h = 600$$

- Maintenant on cherche pas à pas une hauteur réaliste, je choisis de réduire les chances de trouver une hauteur en cherchant au début une hauteur allant de 10 cm à 15 cm, pour trouver l'air du carré, donc trouver les côtés du carré.

Pour $h = 10$ cm on a

$$c^2 \times h = 600$$
$$\Leftrightarrow c^2 \times 10 = 600$$
$$\Leftrightarrow c^2 = \frac{600}{10}$$
$$\Leftrightarrow c^2 = 60\ cm^2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{c = \sqrt{60}\ cm}$$ valeur exact
$$\boxed{c \approx 7{,}7\ cm}$$ valeur approché au dixième près

$$\mathcal{V}_{\text{pyramide à base carré}} = \frac{c^2 \times h}{3} = \frac{(\sqrt{60})^2 \times 10}{3} = 200\ cm^3$$

$\mathcal{V}_{\text{pyramide à base carré}} = 200\ cm^3$
$200\ cm^3 = 200\ cm^3$

- L'air de la base de la pyramide à base carré est de $60\ cm^2$ et la hauteur de cette même pyramide est de 10 cm et les côtés de la base sont d'environ 7,7 cm.

- On va imbriquer les verres sachant que les verres ont des épaisseurs de 2 mm soit 0,2 cm
$2\ m = 0{,}2\ cm$
Nous savons aussi que la hauteur maximale des verres est de 40 cm donc pour trouver le nombre de verre il faut faire une inéquation avec :
$10 \in \mathbb{R}$ qui représente le 10 cm de la hauteur du 1er verre, $(n-1) \in \mathbb{R}$ qui représente le nombre de verres suplémentaire après le 1er verre puisque les verres s'imbriquent, $n \in \mathbb{R}$ qui représente le nombre total de verre dans une pile et $0{,}2 \in \mathbb{R}$ qui représente les épaisseurs des verres.

Nous voulons trouver le nombre de verres dans 1 pile d'une hauteur maximal de 40 cm

$$10 + (n-1) \times 0{,}2 \leq 40$$
$$10 - 10 + (n-1) \times 0{,}2 \leq 40 - 10$$
$$(n-1) \times 0{,}2 \leq 30$$
$$\frac{(n-1) \times 0{,}2}{0{,}2} \leq \frac{30}{0{,}2}$$
$$n - 1 \leq 150$$
$$n - 1 + 1 \leq 150 + 1$$
$$n \leq 151$$

Il y aura donc 151 verres dans une pile de 40 cm.

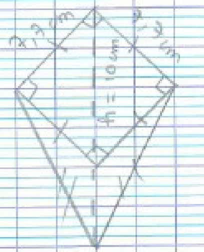
• Nombre de pile $= \dfrac{\text{nombre de verres}}{\text{nombre de verres dans 1 pile}}$

$= \dfrac{1000}{151}$

$= 6,6$

Il y aura donc 7 piles de 151 verres.

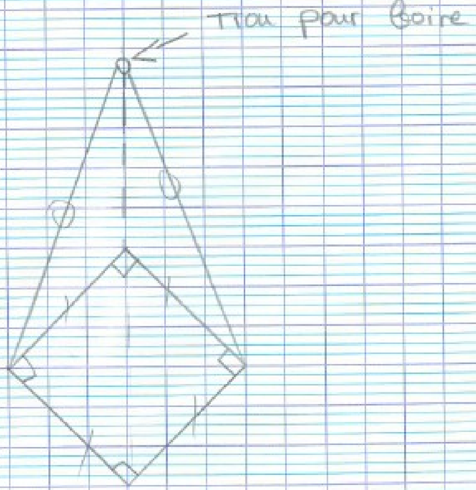
Les verres en forme de pyramide à base carré :



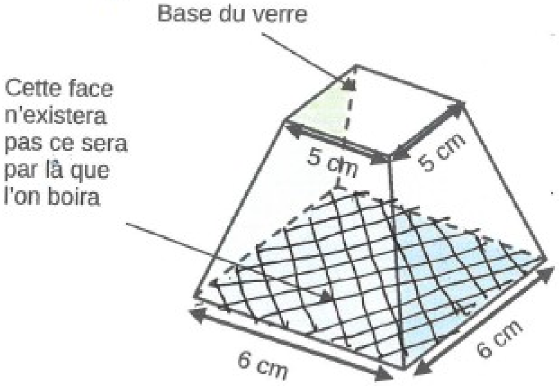
$V_{1\ pile} = \dfrac{c^2 \times 40}{3}$

$= \dfrac{(7,7)^2 \times 40}{3}$

$= 790,5\ cm^3$ arrondi au dixième près.



Pasquier Raphaël



Hauteur : 6.6cm

On a
B =5*5=25
b=6*6=36

Selon la formule :

$$V = \frac{h \times (B + b + \sqrt{Bb})}{3}.$$

Volume du verre :

$$V = \frac{6.6 \times (25 + 36 + \sqrt{25 \times 36})}{3}$$
$= 200.2cm^3$=20,02cl

J'ai fait sur ordi car je n'ai pas réussi à le dessiné à la main.

Maxime Léger
Raphaël Pasquier

d°5

Déterminer combien de verres de ce type vous pouvez empiler pour avoir une pile d'au plus 40cm de hauteur puis déterminer le volume de cette pile. Détailler l'ensemble de vos calculs, raisonnements effectués

Pour savoir combien de verres on* peut empiler pour avoir une pile d'au plus 40cm de hauteur il faut calculer combien de centimètres rajoute chaque verres empilés. Pour cela il faut savoir à quel profondeur ~~s'enfonce~~ s'arrête le verre empilé.
On sait que la largeur du verre passe de 6cm en haut à 5cm en bas. $6-5=1$cm. Elle diminue donc de 1cm de haut en bas. La hauteur est de 6,6cm*. La diminution par cm de la largeur est de $\frac{1}{6,6} = 0,15$ cm par cm.

* sans compter les ~~larg~~ l'épaisseur de 2mm

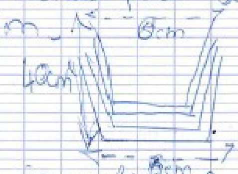
On cherche donc la hauteur à laquelle la largeur atteint 6cm car c'est la la hauteur où les verres s'empilent. Hauteur du bas = 5cm Hauteur du haut = 6cm: on cherche à gagner 1cm.
On cherche x tel que
$0,15x = 1$
$x = \frac{1}{0,15} = \frac{20}{3} \simeq 6,6$.
Les verres s'empilent donc presque complètement.
Pour chaque verre empilé seul ~~la largeur~~ l'épaisseur (0,2cm) rajoute de la hauteur.

H = hauteur
Pour un verre $H = 6,8$
Pour 2 verre $H = 6,8 + 0,2$
Pour 3 verre $H = 6,8 + 0,2 + 0,2$

On en déduit donc que pour n = nombre de verre la hauteur de la pile de verre
$H = 6,8 + (n-1) \times 0,2$
On veut $H \leq 40$ cm
$6,8 + (n-1) \times 0,2 \leq 40$) $-6,8$
$(n-1) \times 0,2 \leq 33,2$) $\div 2$
$n - 1 \leq 166$
$n \leq 167$) $+1$

On peut empiler 167 verres pour atteindre une hauteur de 40cm.

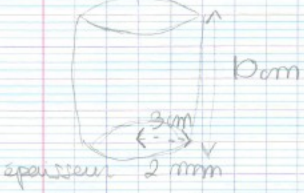
Schéma simplifié de la pile



En négligeant les légères irrégularités causées par l'emboîtement on peut calculer approximativement le volume de la pile.
Pour cela il faut calculer ~~le volume~~ aire du carré du haut et du carré du bas:
Cb: $5 \times 5 = 25$cm² ~~4~~ Ch $6 \times 6 = 36$cm²
Il faut ensuite rajouter ~~la larg~~ l'épaisseur de 0,2cm. On rajoute donc $0,2 \times 2 = 0,4$cm pour chaque aire
$5,4 \times 5,4 = 29,16$cm² $6,4 \times 6,4 = 40,96$cm²

Martinez Daphné 2nde5

Problème Resco



Volume du cylindre
$\pi \times r^2 \times h$

$V_{verre} = \pi \times 3^2 \times 10$
$= \pi \times 9 \times 10$
$= 90\pi$
$\approx 90 \times 3,14$
$\approx 282,6\ cm^3$

$\boxed{1cl = 10cm^3}$

Donc $282,6\ cm^3 = 28,3cl$

Je suppose que chaque verre empilé ajoute 1,5 cm de hauteur car il s'emboite.
hauteur du premier verre = 10cm
- formule $H = 10 + (n-1) \times 1,5$

on veut $H \leq 40$
$10 + (n-1) \times 1,5 \leq 40$
$(n-1) \times 1,5 \leq 30$
$n - 1 \leq 20$
$n \leq 21$

On peut empiler 21 verres maximum.

Volume de la pile
V d'un verre $\approx 282,6\ cm^3$
pour 21 verres $= 21 \times 282,6 \approx 5934,6 cm^3$
$5934,6\ cm^3 \approx 5,93L$

Bourgerie Samuel 2°5

Problème de Resco :

1.)

2.) La formule pour trouver le volume d'une pyramide est : $B \times h \times \frac{1}{3}$

$20\ L = 200\ cm^3$. On donnera comme hauteur 2 cm (pour empiler le plus de verres possible sur une seule pile de 40 cm de haute).

On résoult donc l'équation :

$B \times 2 \times \frac{1}{3} = 200$

$\Leftrightarrow l \times L \times 2 \times \frac{1}{3} = 200$

$\Leftrightarrow 2 \times l \times L = 600$

$\Leftrightarrow l \times L = 300$

l et L peuvent avoir plusieurs valeurs. On essaye ici de trouver l et L tel que le produit des deux facteurs donne 300 (on essaye de trouver des valeurs relativement proches).
On peut par exemple prendre le produit de 15 et de 20 qui donne bien 300. On a donc

$l = 15$ cm et $L = 20$ cm

Il ne faut pas oublier les 2 mm d'épaisseur requis. Les dimensions du verres sont donc :
$l = 15 + 0,2 = 15,2$ cm ; $L = 20 + 0,2 = 20,2$ cm
$h = 2 + 0,2 = 2,2$ cm

3.) Si on part du principe qu'en empilant deux verres, il n'y a pas d'air, alors empiler un verre sur un autre augmente la hauteur de la pile de 2mm (l'épaisseur du verre).
On peut résoudre l'équation suivante pour trouver le nombre x de verres qu'on peut empiler sur 40 cm.

$2,2 + 0,2x = 40$
$0,2x = 37,8$
$x = 189$

On pourra donc faire au maximum une pile de 190 verres.

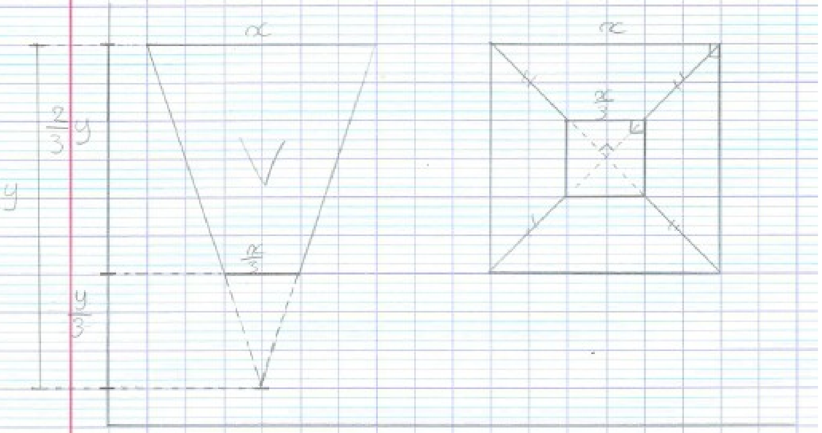
Le volume total de la pile sera égale à la somme du volume total d'un verre

Benjamin Batt

Mathieu CHAPELAIN

Problème RESCO

La forme de verre que je propose est une pyramide à base carrée tronquée aux deux tiers. Voici sa représentation théorique :



$V = 20$ cl, $V = 200\ cm^3$

$$V = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{3} - \frac{\text{base}'' \times \text{hauteur}''}{3}$$

$$V = \frac{x^2 y}{3} - \frac{\left(\frac{x}{3}\right)^2 \times \frac{y}{3}}{3}$$

Nous allons choisir 10 centimètre de hauteur pour notre verre afin d'assurer son ergonomie.

$\frac{2}{3}y = 10$ cm

$y = 10 \div \frac{2}{3}$

$y = 10 \times \frac{3}{2}$

$y = \frac{30}{2}$

$y = 15$ cm

Nous pouvons désormais calculer la largeur du verre (x) grâce à cette équation :

$$\frac{15x^2}{3} - \frac{\left(\frac{x}{3}\right)^2 \times \frac{15}{3}}{3} = 200\ cm^3$$

$$15x^2 - \left(\frac{x}{3}\right)^2 \times \frac{15}{3} = 600$$

$$\frac{15x^2}{1} - \frac{x^2}{9} \times 5 = 600$$

$$\frac{135x^2}{9} - \frac{5x^2}{9} = 600$$

$$\frac{130x^2}{9} = 600$$

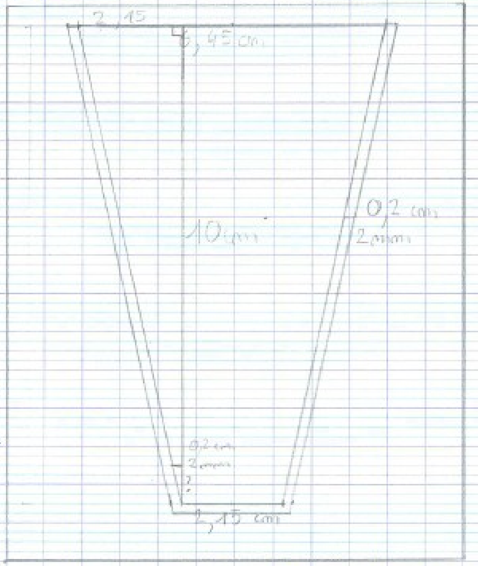
$$130x^2 = 5400$$

$$x^2 = \frac{5400}{130}$$

$$x^2 \simeq 41,54$$

$$x \simeq \sqrt{41,54}$$

$$x \simeq 6,45$$



Sur le schéma à droite, je représente mon verre et deux triangles imbriqués, ils représentent l'espace occupé par le verre suivant lors d'un empilement. Ici nous cherchons à connaître la longueur du côté du petit triangle ce qui représente l'espace vide entre les deux bases lorsque l'on empile deux verres. Grâce aux deux triangles imbriqués nous pouvons calculer cette longeur en utilisant le théorème de Talès :

$\frac{2,15}{0,2}$ ⟷ $\frac{10}{?}$ (produit en croix)

$\frac{10 \times 0,2}{2,15} = 0,93$ cm

L'espacement entre les 2 bases est donc de 0,93 cm.

Grâce à cette information nous pouvons trouver le nombre maximum de verres dans une pile de 40 cm de hauteur :

$(x-1) \times 0,93 + 10,2 = 40$ cm

Ici, on ajoute l'espace de tous les verres sauf le dernier où on ajoute sa hauteur, en comptant les 2 mm d'épaisseur du verre.

$(x-1) \times 0,93 = 29,8$

$x - 1 = \frac{29,8}{0,93}$

$x - 1 = 32,04$

$x = 33,04$

Ensuite on tronque le résultat car on ne peut pas empiler des fractions de verres :

$33,04 \rightarrow 33$

On sait maintenant qu'une pile de 33 verres ne dépasserait pas 40 cm de hauteur.

Nous allons maintenant calculer le volume du placard qui accueillera les 1000 verres. Pour se faire, nous avons besoin de plusieurs informations.

- La hauteur de la pile de 33 verres :

$(33-1) \times 0,93 + 10,2$
$= 32 \times 0,93 + 10,2$
$= 29,76 + 10,2$
$= 39,96$ cm

- La largeur de la pile :

$6,45 + 2 \times 0,2$
$= 6,45 + 0,4$
$= 6,85$ cm

- Le nombre de piles de verre pour atteindre 1000 verres :

$\frac{1000}{33} = 30,3$ } Il y aura donc 31 piles

$33 \times 30 = 990$
$1000 - 990 = 10$
} La dernière pile aura 10 verres

Le placard étant un pavé droit, la dernière pile occupe le même espace que les autres.
Calculons le volume minimal du placard :

$V_{placard} = V_{pile} \times 31$

$V_{pile} = base \times hauteur$

$base = largeur^2$

$V_{placard} = largeur^2 \times hauteur \times 31$

$V_{placard} = 6,85^2 \times 39,96 \times 31$

$V_{placard} = 46,9225 \times 1238,76$

$V_{placard} = 58125,7161$ cm^3

$V_{pile} = 6,85^2 \times 39,96$
$= 1875,0231$ cm^3

Le volume minimale du placard est de 58,1 dm^3.