

## Les mathématiques travaillées en cycle 3 lors de la fiction « Les verres Kikagaku » :

### Compétences :

<b>Principes généraux :</b>	<b>Dans la fiction « Les verres Kikagaku » :</b>
<p>Objectifs majeurs</p> <p>Organisation du travail des élèves</p> <p>La résolution de problèmes</p> <p>La mémorisation, la construction d'automatismes et l'acquisition de stratégies de résolution</p> <p>La place et le rôle de l'oral</p> <p>Les écrits en mathématiques</p> <p>L'évaluation des progrès et des acquis des élèves</p> <p>Les compétences psychosociales</p> <p>L'égalité entre tous les élèves, et particulièrement entre les filles et les garçons</p> <p>L'initiation à la pensée algébrique et à la pensée informatique</p> <p>Organisation du programme</p>	<p>Dans le cadre du dispositif, les élèves travaillent tour à tour individuellement, en petits groupes, en groupe classe. C'est l'occasion de travailler la mathématisation d'un problème issu de la vie courante, de se questionner, de faire des choix et de modéliser la situation réelle en une situation mathématique simplifiée et possible à résoudre avec les connaissances des élèves, dans la suite de ce qui a été initié en CM1 et CM2. C'est aussi l'occasion de produire des écrits intermédiaires, des questions, des pistes de résolution, des justifications pour convaincre les autres classes, d'abandonner une piste si elle n'est pas correcte, de se confronter aux écrits des autres classes. Par le biais des essais-erreurs, ils peuvent revenir sur leurs méthodes et choix, les évaluer et les éprouver, les améliorer.</p> <p>Plusieurs tests (par exemple pour le calcul des volumes, des surfaces...) permettent également de mettre en place des automatismes et d'aborder des formules pour préparer l'entrée dans la pensée algébrique, avec possibilité d'utiliser les outils informatiques et numériques.</p> <p>Tous les élèves peuvent entrer dans le dispositif tout en développant les compétences psychosociales des programmes et d'en couvrir de nombreux points.</p>

<b>Dans les programmes :</b>	<b>Dans la fiction « Les verres Kikagaku » :</b>
<p><b>Chercher</b></p> <p><b>1</b> Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, calculateurs, formules, etc.</p> <p><b>2</b> S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des</p>	<p>Les élèves se sont questionnés, ils sont rentrés dans une démarche, ont émis des hypothèses, ont construit des objets mathématiques pour les manipuler (représentations des verres, des surfaces, des volumes, coupes transversales, vue de dessus, de côté... empilements, alignements, rangements des disques sur l'étagère, des piles de verres</p>

<p>procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.</p> <p><b>3</b> Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.</p>	<p>dans un volume...) tout en structurant une pensée mathématique et un raisonnement qu'ils ont ensuite éprouvés et testés. Ils se sont appuyés sur leurs connaissances de cycle 3 voire cycle 4 parfois (formules des volumes pour les cônes tronqués, volumes des formes choisies), ont étudié plusieurs cas différents (piles, lignes de verres, empilements différents selon les côtes des verres ...). Ils ont effectué de nombreux tests, ont fait des choix pour tester leur piste de résolution et l'adapter si besoin.</p> <p>Un gros travail de représentation et de modélisation 3D a également été réalisé : représenter les verres, les épaisseurs de verre, les formes pour les empiler, vue de côté pour les piles, vue de dessus pour les rangements sur l'étagère, hauteur à laquelle le verre supérieur vient se poser sur le verre inférieur, nombre de verres dans la pile...</p>
<p><b>Représenter</b></p> <p><b>1</b> Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, ...</p> <p><b>2</b> Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.</p> <p><b>3</b> Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points).</p> <p><b>4</b> Reconnaître et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide.</p> <p><b>5</b> Utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.</p>	<p>Les élèves ont choisi de représenter les verres sous plusieurs formes géométriques, ils ont codé les dimensions intérieures et extérieures, les angles pour l'inclinaison des côtés, Ils ont utilisé des fractions simples pour les emboîtements : le verre s'emboîte à la moitié de la hauteur, au tiers, aux deux tiers...</p> <p>Ils ont aussi réalisé des schémas à l'échelle, par le biais de la proportionnalité, ils ont représenté la réalité sur leurs feuilles en utilisant des échelles adaptées.</p>
<p><b>Raisonner</b></p> <p><b>1</b> Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.</p> <p><b>2</b> En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets.</p> <p><b>3</b> Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.</p> <p><b>4</b> Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.</p>	<p>Ils ont émis des hypothèses, ont organisé leurs choix, ont testé le modèle obtenu, par essais et erreurs, soit par échange et contradiction avec les autres classes, dans une démarche collective et/ou individuelle. Ils ont dû argumenter et tenir compte de l'avis des pairs pour faire si besoin les ajustements nécessaires, étayer leurs propos pour valider des informations, convaincre, dans ou hors la classe via le forum.</p>
<p><b>Calculer</b></p>	<p>Ils ont fait du calcul mental, réfléchi, instrumenté (calculatrice ou TICE, calculateur...).</p> <p>Ils ont réalisé de nombreuses conversions avec les contenances (une</p>

<p>1 Calculer avec des nombres décimaux et des fractions simples de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).</p> <p>2 Contrôler la vraisemblance de ses résultats.</p> <p>3 Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.</p>	<p>étape voire deux ou trois étapes de traitement : longueurs, surfaces, volumes, choix des unités, conversions...)</p> <p>Ils font aussi un travail sur l'erreur, pour estimer celle qui est acceptable (épaisseur de verre, calcul du volume plus ou moins précis, valeur approchée en <math>\text{cm}^3</math>, en <math>\text{m}^3</math>, dimensions des étagères...), négligeable (on néglige certaines côtes des verres, la contenance est approchée avec plus ou moins de précision, calcul des hauteurs d'emboîtements, des surfaces occupées sur les étagères, de la répartition alignée ou en quinconce...)</p> <p>Ils ont travaillé les multiples, les diviseurs en prenant plusieurs fois une dimension de verre (diamètre, hauteur...), ont comparé plusieurs choix retenus pour estimer le volume de chaque modèle et optimiser l'espace occupé.</p>
<p><b>Communiquer</b></p> <p>1 Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.</p> <p>2 Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.</p>	<p>Ici, avec la collaboration au sein de la classe, travail de groupe, puis groupe classe et enfin avec la collaboration avec les autres classes, ils doivent mettre en forme, structurer les démarches et raisonnements, exposer leurs arguments (lien avec la maîtrise de la langue) dans un rôle d'émetteur ou récepteur. Le travail de représentation en 3D des coupes des verres, des empilements a demandé un gros effort d'explicitation et de représentation.</p> <p>Quand ils sont récepteurs du travail des autres classes, ils doivent comprendre les arguments des autres, valider/invalides des résultats, tenir compte de l'opinion d'autrui, en essayant de mettre en place une culture commune (vocabulaire...) à toutes les classes engagées.</p>

## Attendus de fin d'année de sixième :

### Attendus de fin de cycle 3 :

- Nombres et calculs :
  1. Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux.
  2. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.
  3. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul.
- Grandeurs et mesures :
  1. Comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle. Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs.
  2. Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) et utilisant des nombres entiers, décimaux.
- Espace et géométrie :
  1. (Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations.
  2. Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire des solides et figures géométriques.
  3. Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques.

### Thème : Nombres et calculs

#### Dans les programmes :

- Connaître les unités de la numération décimale pour les nombres entiers (unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards) et les relations qui les lient.
- Composer, décomposer les grands nombres entiers, en utilisant des regroupements par milliers.
- Comprendre et appliquer les règles de la numération décimale de position aux grands nombres entiers (jusqu'à 12 chiffres).
- Comparer, ranger, encadrer des grands nombres entiers, les repérer et les placer sur une demi-droite graduée adaptée.

#### Dans la fiction « Les verres Kikagaku » :

Comparaison de nombres, ordre de grandeur d'une somme, d'un produit, estimation d'une distance, d'un multiple de diamètre, de hauteur de verres, encadrement d'un résultat : estimation de la contenance, calcul précis et conversions, valeur approchée dans un calcul avec des valeurs décimales en  $\text{cm}^3$ , en  $\text{m}^3$ , en cl... Travailler avec les grands nombres, de l'ordre du million parfois.

Multiples et diviseurs : prendre plusieurs fois une dimension (diamètre maximal, hauteur, hauteur de l'emboîtement du verre sur le précédent...) pour obtenir des surfaces, des volumes et estimer le rangement des piles choisies en fonction des formes des verres.

Convertir, estimer, calculer des unités de surfaces, de volumes.

Passer de  $\text{cm}^3$  à  $\text{m}^3$ , à cl, dans le système décimal, convertir en utilisant les unités de contenance, multiplier ou diviser par 1 000, par

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître diverses désignations des fractions : orales, écrites et décompositions additives et multiplicatives (ex : quatre tiers ; <math>4/3</math> ; <math>1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3</math> ; <math>1 + 1/3</math> ; <math>4 \times 1/3</math>)</li> <li>• Connaître et utiliser quelques fractions simples comme opérateur de partage en faisant le lien entre les formulations en langage courant et leur écriture mathématique (ex : faire le lien entre « la moitié de » et multiplier par <math>1/2</math>).</li> <li>• Utiliser des fractions pour rendre compte de partages de grandeurs ou de mesures de grandeurs. Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée. Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs. Comparer deux fractions de même dénominateur. Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Connaître des égalités entre des fractions usuelles (exemples : <math>5/10 = 1/2</math> ; <math>10/100 = 1/10</math> ; <math>2/4 = 1/2</math>)</li> <li>• Utiliser des fractions pour exprimer un quotient.</li> </ul>	<p>1 000 000.</p> <p>Différentes écritures d'une contenance, dans différentes unités. Différentes écritures des distances, des surfaces, des volumes : Faire le lien entre surface et volume par le biais de formules, commencer à appliquer les formules et entrer dans la pensée algébrique en reconnaissant les invariants des formules des volumes.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître les unités de la numération décimale (unités simples, dixièmes, centièmes, millièmes) et les relations qui les lient.</li> <li>• Comprendre et appliquer aux nombres décimaux les règles de la numération décimale de position (valeurs des chiffres en fonction de leur rang). Connaître et utiliser diverses désignations orales et écrites d'un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule, décompositions additives et multiplicatives).</li> <li>• Utiliser les nombres décimaux pour rendre compte de mesures de grandeurs. Connaître le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (par exemple : dixième à dm/dg/dL, centième à cm/cg/cL/centimes d'euro).</li> <li>• Repérer et placer un nombre décimal sur une demi-droite graduée adaptée.</li> <li>• Comparer, ranger des nombres décimaux. Encadrer un nombre décimal par deux nombres entiers, par deux nombres décimaux. Trouver des nombres décimaux à intercaler entre deux nombres donnés.</li> <li>• Mobiliser les faits numériques mémorisés au cycle 2, notamment les tables de multiplication jusqu'à 9. Connaître les multiples de 25 et de 50, les diviseurs de 100.</li> </ul>	<p>Connaître les multiples et sous multiples de <math>m^2</math>, <math>cm^2</math>, puis <math>m^3</math>, <math>cm^3</math>, ou encore cl, ml dans le cadre des calculs des volumes, des surfaces, des côtes des verres en 3D. Passer de l'une à l'autre avec des conversions par le biais de tableaux, de multiplication par 10 ; 100 ou 1 000 ou plus.</p> <p>Travail de l'écriture décimale et de la valeur approchée d'une contenance, de l'encadrement. Difficultés rencontrées, choix de l'écriture pertinente pour se représenter le volume, le comparer. Représenter le verre à l'échelle, les empilements, coder et représenter les piles de verres, le matériau, les emboîtements, l'espace utilisé sur l'étagère, les placements des verres sur l'étagère...</p> <p>Utiliser les tables de multiplications élémentaires. Utilisation de la table de multiplication des dimensions des verres choisis pour calculer la place prise sur l'étagère ou la hauteur de la pile.</p> <p>Utilisation des unités pour travailler avec des nombres entiers ou décimaux. (Par exemple cm, mm, m puis <math>mm^2</math>, <math>cm^2</math>, <math>m^2</math>, puis <math>cm^3</math>, <math>m^3</math>, conversions...)</p> <p>Ordre de grandeur de la surface, du volume, de la hauteur... grandeur de l'erreur. Estimer si ce résultat est négligeable ou non, pertinence de ce gain de place en fonction des caractéristiques du rangement choisi.</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcul mental, calcul posé, calcul instrumenté. Connaître et mettre en œuvre un algorithme de calcul posé. Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.</li> <li>• Connaître des procédures élémentaires de calcul, notamment : multiplier ou diviser un nombre décimal par 10, par 100, par 1000 ; rechercher le complément à l'entier supérieur ; multiplier par 5, par 25, par 50, par 0,1, par 0,5.</li> <li>• Connaître des propriétés de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.</li> <li>• Connaître les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 et 10. Utiliser ces propriétés et procédures pour élaborer et mettre en œuvre des stratégies de calcul.</li> <li>• Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant un ordre de grandeur. Dans un calcul en ligne, utiliser des parenthèses pour indiquer ou respecter une chronologie dans les calculs.</li> </ul>	<p>temps.</p> <p>Additionner, soustraire, multiplier des distances, des surfaces, des volumes par répétition d'un volume de référence (le verre, la pile de verres...)</p> <p>Multiplier, diviseurs : estimer le nombre de verres dans la pile, les dimensions de l'étagère, comparer les volumes (rangement en ligne, en quinconce), faire la différence entre les deux : nécessité de mesurer, estimer la place utilisée par les verres...</p> <p>Travail de l'addition, la soustraction, la multiplication posée, en ligne, instrumenté.</p> <p>Calcul réfléchi, estimation et ordre de grandeur, organiser les distances, surfaces, volumes pour les regrouper de manière astucieuse, convertir en faisant des paquets de...</p> <p>Diviser par..., division euclidienne, décimale. Sens de la division euclidienne, reste, pile complète, incomplète, reste décimal, valeur approchée par excès, par défaut...</p> <p>Utiliser des parenthèses pour multiplier des volumes élémentaires (pile, rangée, ligne de verres, nombre d'étagères...)</p> <p>Vérifier la vraisemblance du résultat.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre des problèmes mettant en jeu les quatre opérations.</li> <li>• Sens des opérations.</li> <li>• Problèmes à une ou plusieurs étapes relevant des structures additive et/ou multiplicative.</li> <li>• Prélever des données numériques à partir de supports variés. Produire des tableaux, diagrammes et graphiques organisant des données numériques.</li> </ul>	<p>Choisir la bonne opération.</p> <p>Sens des opérations, additions répétées, vers la multiplication.</p> <p>Sens des opérations, soustractions répétées, vers la division.</p> <p>Division euclidienne : sens de dividende, quotient, reste : reste incomplet, entier, décimal, convertir ce reste : pile complète, incomplète, ajouter des verres pour compléter les piles, arrondir le volume en <math>m^3</math>.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exploiter et communiquer des résultats de mesures.</li> <li>• Lire ou construire des représentations de données : tableaux (en deux ou plusieurs colonnes, à double entrée) ; diagrammes en bâtons, circulaires ou semi-circulaires ; graphiques cartésiens.</li> </ul>	<p>Présenter des solutions : représenter les verres, les rangements, les piles, les placements sur l'étagère, sous forme de schémas, de tableaux, représenter les distances et surfaces, volumes associés.</p> <p>Utiliser les outils numériques pour se simplifier les calculs, créer des automatismes.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée : propriétés de linéarité (additive et multiplicative), passage à l'unité, coefficient de proportionnalité. Appliquer un pourcentage.</li> </ul>	<p>Estimer un volume élémentaire, un empilement de verre élémentaire comme pattern, le prendre plusieurs fois pour atteindre les 1 000 verres souhaités, estimer un volume composé de plusieurs de ces motifs élémentaires (pile).</p>

### Thème : Grandeurs et mesures

Dans les programmes :	Dans la fiction « Les verres Kikagaku » :
<ul style="list-style-type: none"> <li>Unités relatives aux longueurs, volumes : relations entre les unités de longueur, de surface, de volume et les unités de numération.</li> </ul>	<p>Dépendance de la distance unité, le diamètre du verre, et les dimensions des étagères (proportionnalité des largeurs et longueurs en fonction du nombre de verres choisi sur chaque dimension de l'étagère, lien avec le volume) Convertir des distances dans le système décimal. Reconnaître des cas de proportionnalité ou non en fonction de la grandeur étudiée.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Résoudre des problèmes de comparaison avec et sans recours à la mesure. Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions.</li> <li>Calculer la durée écoulée entre deux instants donnés.</li> <li>Déterminer un instant à partir de la connaissance d'un instant et d'une durée. Connaître et utiliser les unités de mesure des durées et leurs relations. Unités de mesures usuelles : jour, semaine, heure, minute, seconde, dixième de seconde, mois, année, siècle, millénaire. Résoudre des problèmes en exploitant des ressources variées (horaires de transport, horaires de marées, programmes de cinéma ou de télévision, etc.).</li> </ul>	<p>A partir d'une représentation du verre (disque) représenter des placements sur une étagère, estimer les dimensions de cette étagère, du volume occupé, mesurer des dimensions dans le cas du quinconce... Calculer les volumes selon les modèles de verres retenus, de la place perdue, du volume minimal des 1 000 verres. Utilisation des unités usuelles de longueurs, surfaces, volumes...</p> <p>Résolution de problème avec des distances, des surfaces, des volumes, des conversions.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation. Résoudre un problème de proportionnalité impliquant des grandeurs.</li> </ul>	<p>Grâce au modèle retenu (ou non), identifier un volume élémentaire, la répétition de ce volume élémentaire, appliquer la proportionnalité de cet élément de base pour calculer le volume occupé comme multiple de ce volume référence. (n piles prennent la place de n x la pile élémentaire) Par contre le volume de 2 verres n'est pas le double de celui d'un verre, travail sur les emboîtements et les volumes de 2 verres empilés, 3 verres empilés...</p>

### Thème : Espace et géométrie

Dans les programmes :	Dans la fiction « Les verres Kikagaku » :
<ul style="list-style-type: none"> <li>Se repérer, décrire ou exécuter des déplacements, sur un plan ou sur une carte (école, quartier, ville, village). Accomplir, décrire, coder des déplacements dans des espaces familiers. Programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran en utilisant un logiciel de programmation. Vocabulaire permettant de définir des positions et des déplacements (tourner à gauche, à droite ; faire</li> </ul>	<p>Nommer avec précision, décrire les formes géométriques, les surfaces les dimensions, les hauteurs, largeurs, profondeurs, empilements, emboîtements. Coder les figures, les régularités, identifier des multiples, des répétitions de patterns...</p> <p>Utiliser des notations pour coder des égalités de dimensions, de</p>

<p>demi-tour, effectuer un quart de tour à droite, à gauche) ; divers modes de représentation de l'espace : maquettes, plans, schémas.</p>	<p>hauteurs, de largeurs...</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compléter une figure par symétrie axiale. Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite par rapport à un axe donné. Construire la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe donné.</li> </ul>	<p>A partir d'un motif élémentaire (la pile de verres), étudier une partie de l'étagère en vue de prolonger cette portion à l'étagère complète, identifier une symétrie dans le rangement ou non, observer et identifier les similitudes, les différences, construire le symétrique de cette partie pour étendre les résultats obtenus à l'étagère entière.</p>