

Bilan de recherche des élèves de Clermont l'Hérault.

Les verres Kikagaku (RESCO – IRES Montpellier)

Problématique et contraintes

Les élèves ont été engagés dans une démarche de recherche autour de la question suivante : quelle forme de verre permet d'optimiser le rangement de 1000 verres dans une zone donnée ? Deux contraintes principales ont structuré leur réflexion. D'une part, il s'agissait de minimiser l'espace occupé sur une surface plane en optimisant le remplissage par des verres accolés. D'autre part, les élèves ont cherché à maximiser le nombre de verres empilables par pile, afin de réduire le volume total de stockage. L'ensemble de ces contraintes devait être respecté tout en imposant un volume fixe de 200 cm³ pour chaque verre.

Phase d'exploration


Après une phase initiale de questionnement collectif, les élèves ont exploré différentes formes de bases possibles pour leurs verres : triangulaires, carrées, hexagonales ou encore circulaires. Ils ont utilisé des ressources variées, notamment Internet et des outils d'intelligence artificielle, afin d'identifier des formes permettant un bon pavage du plan. Cette phase a été marquée par une démarche d'essais, d'erreurs et de comparaisons entre différentes solutions.

Modélisation et contraintes de volume

La contrainte de volume a conduit les élèves à préciser les dimensions de leurs verres. Dans un premier temps, les calculs ont été simplifiés en utilisant des modèles approchés (cylindre ou pavé droit). Progressivement, les élèves ont affiné leurs modèles en travaillant sur des formes plus réalistes, notamment le tronc de cône et le tronc de pyramide. Le verre étant caractérisé par trois paramètres (les deux rayons de base et la hauteur), les élèves ont appris à fixer deux variables pour en déterminer une troisième, soit par tâtonnement, soit par résolution d'équation. Cette progression a permis de passer d'une approche empirique à une démarche mathématique structurée.

Choix des formes

À l'issue de cette phase, une convergence s'est opérée vers deux types de formes : le tronc de cône, majoritairement retenu, et le tronc de pyramide à base carrée. Ces formes ont été jugées pertinentes car elles permettaient à la fois de respecter la contrainte de volume et d'envisager un empilement efficace.

Idee:  $R = 3,5 \text{ cm}$
 $r = 2,2 \text{ cm}$
 $h = 9 \text{ cm}$

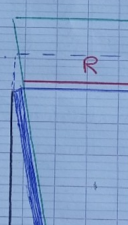
$$V_{\text{Tronc cône}} = \frac{1}{3} \pi \times h \times (R^2 + Rr + r^2)$$

soit $\frac{1}{3} \pi \times 9 \times (3,5^2 + 3,5 \times 2,2 + 2,2^2)$
 $= 12,25 + 7,7 + 4,84 = 24,79$

$$\frac{1}{3} \pi \times 9 \times 24,79 = 233,52$$
$$\frac{1}{3} \pi \times h \times 24,79 = 200$$
$$\frac{1}{3} \pi \times h \times 24,79 = 200 \quad \div 24,79$$
$$\frac{1}{3} \pi \times h = \frac{200}{24,79} \quad \div \pi$$
$$h = \frac{200}{24,79} = \pi \times 3$$

Si $h = 7,7$, alors
 $\frac{1}{3} \pi \times 7,7 \times 24,79 = 190,88$

taille réel du verre
 $R = 3,5$
 $x = 2,2$
 $h = 7,7 \text{ cm}$



utiliser un site : toutcalculer.com

Rayon de la grande base = 3,28
Rayon de la petite base = 2
Hauteur du cône = 9

(Volume du tronc de cône =)
 $200,92 \text{ cm}^3$

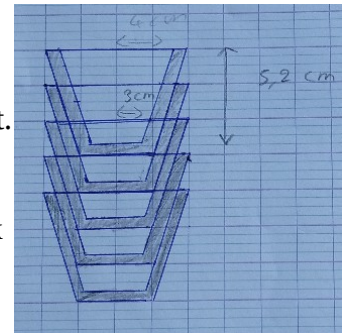
angle de cône
 $50,6^\circ$

Étude du rangement sur une surface plane

Les élèves ont ensuite étudié la disposition des verres sur une surface plane, en cherchant à minimiser les espaces vides. Cette étape a permis d'aborder implicitement des notions de densité de remplissage et d'optimisation géométrique du plan.

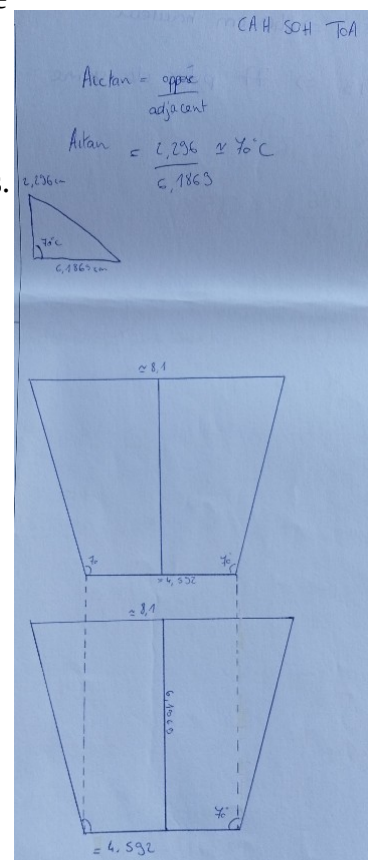
Empilement et prise en compte de l'épaisseur

L'introduction de l'empilement a constitué une étape importante du projet. En prenant en compte une épaisseur de verre de 2 mm, les élèves ont dû modéliser la manière dont un verre s'insère dans un autre. Ils ont réalisé des schémas en coupe et tenté d'estimer le décalage en hauteur entre deux verres empilés.



Calcul du décalage

Les élèves ont identifié les paramètres influents, notamment la différence entre les rayons intérieurs, la hauteur du verre et l'épaisseur. Plusieurs méthodes ont été utilisées : recours à l'intelligence artificielle, raisonnement géométrique avec triangles semblables et proportionnalité. Les résultats obtenus pour le décalage se situent entre 1,4 cm et 1,8 cm. Ce travail a permis de mieux comprendre l'origine des formules utilisées.



Bilan pédagogique

Ce projet a permis aux élèves de s'engager dans une situation de recherche authentique, mobilisant des outils mathématiques variés. Ils ont développé des compétences en modélisation, en résolution d'équations et en raisonnement géométrique, tout en apprenant à utiliser de manière critique les outils numériques. L'autonomie, la persévérance et la capacité à argumenter ont été fortement sollicitées.

