Bilan personnel - Qu'est-ce qui m'a paru le plus intéressant, le plus difficile, ...?

Ce travail était intéressant car il mélange mathématiques et situation réelle. Il était difficile de penser à tous les paramètres en même temps → volume, hauteur, épaisseur, empilement. Ce qui m'a le plus intéressé, c'est de trouver la forme la plus efficace pour gagner de la place.

---

2) Nous proposons un verre de forme cylindrique.

Dimensions intérieures:

· rayon : 3 cm

· hauteur : 7,5 cm

Épaisseur du verre : 2 mm

Le volume du verre : $V = \pi \times 3^2 \times 7,5 \approx 212\ cm^3$ soit environ 21,2 cL.

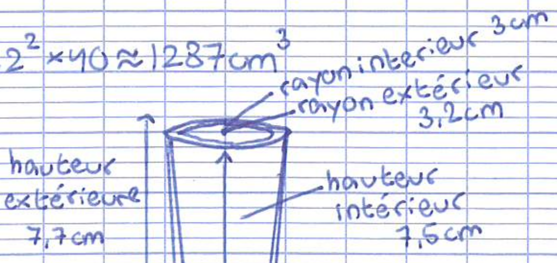
La contenance est donc supérieure à 20 cL.

Parce que l'épaisseur du verre est 2 mm, les dimensions extérieures sont :

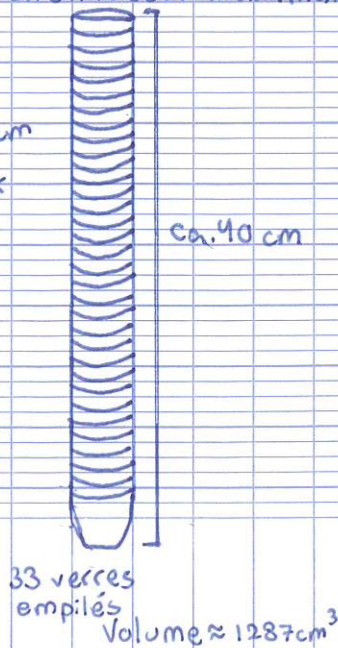
- rayon extérieur : 3,2 cm
- hauteur extérieur : 7,7 cm

On peut supposer que le chevauchement est de 6,5 cm, ce qui signifie que seulement 1,2 cm contribue à la hauteur totale. Cela signifie qu'environ 33 verres peuvent être empilés pour obtenir une hauteur maximale de 40 cm, car $40 \div 1,2 = 33,333 \approx 33$ verres.

$V_{pile} = \pi \times 3,2^2 \times 40 \approx 1287\ cm^3$

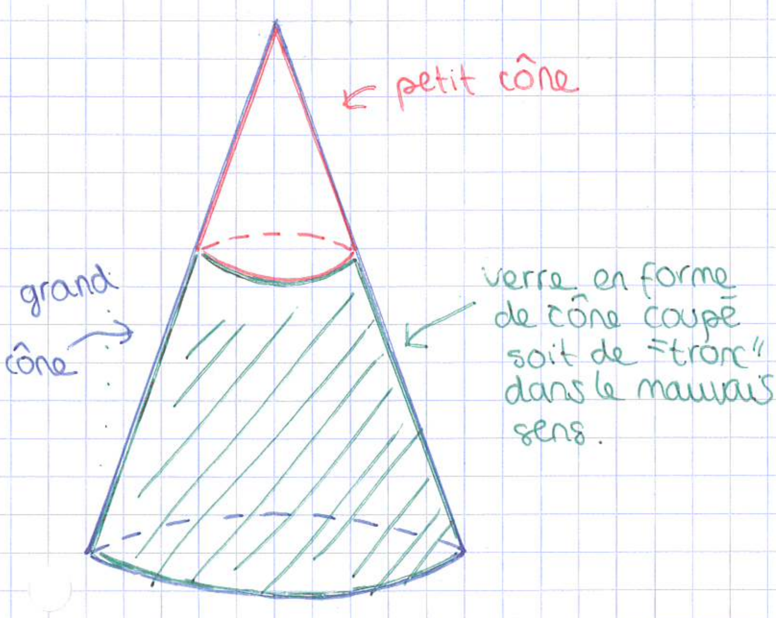


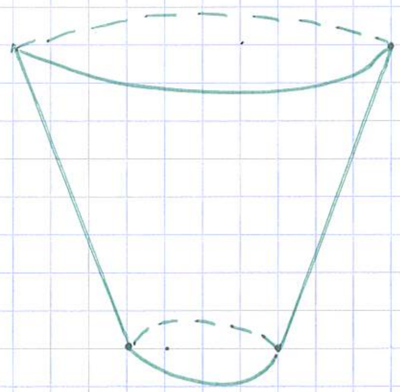
Volume du verre $\approx 212\ cm^3$ Soit 21,2cL.



D'après mon livret Resco je retiens plusieurs contraintes.
- les verres doivent pouvoir s'empiler
- Ils doivent avoir une contenance d'au moins 20 CL et une épaisseur de 2 mm
- une pile de verre ne doit pas dépasser 40 cm.

Suite à ces contraintes, j'ai pensé à un verre ayant la forme d'un cône à l'envers avec la pointe coupée pour que l'on puisse le poser sur une table, comme une sorte de "tronc". ses côtés "évasés" et non droits nous permettraient de les empiler et donc d'optimiser l'espace de stockage.





verre "tronc" de cône à l'envers (soit dans le bon sens pour qu'on puisse le poser et pour qu'il soit empilable / ergonomique).

On en conclut donc que pour calculer le volume de notre verre, il suffit de soustraire le volume du petit cône au volume du grand cône. Or il existe une formule de tronc de cône qui nous évite de devoir chercher les dimensions de tous les cônes.

FORMULE DE TRONC DE CÔNE : $\frac{\pi \times h}{3} \times (R^2 + r^2 + R \times r)$.

Pour les dimensions de notre verre, je suppose que les diamètres intérieurs du bas et du haut doivent être compris entre 6 et 8 cm.

pour que notre verre soit agréable à tenir. J'ai utilisé le raisonnement par tâtonnement. (sachant donc que d'après moi les rayons doivent être entre 3 et 4 cm)

On a donc :

$$\left.\begin{array}{l} r = \text{rayon intérieur bas} = 3\text{ cm} \\ R = \text{rayon intérieur haut} = 3{,}8\text{ cm} \end{array}\right\}\text{ tâtonnement}$$

Il nous suffit de trouver la hauteur pour que notre verre ait une contenance de 20 cL soit 200 cm^3 (au moins).

$$V = \frac{\pi \times h}{3} \times (R^2 + r^2 + R \times r)$$

Ainsi :

$$200 = \frac{\pi \times h}{3} \times (3{,}8^2 + 3^2 + 3{,}8 \times 3)$$

$$200 = \frac{\pi \times h}{3} \times (14{,}44 + 9 + 11{,}4)$$

$$200 = \frac{\pi \times h}{3} \times 34{,}84$$

Donc

$$h = \frac{200 \times 3}{\pi \times 34{,}84}$$

$$h = \frac{600}{109{,}4530881}$$

$$h = 5{,}481800563 \approx 5{,}5\text{ cm}.$$

Donc notre verre a une hauteur intérieure de 5,5 cm.

On vérifie la contenance de notre verre (vérification) :

$$\frac{\pi \times 5{,}5}{3} \times (3{,}8^2 + 3^2 + 3{,}8 \times 3) = \frac{\pi \times 5{,}5}{3} \times 34{,}84 = 200{,}6639948\text{ cm}^3 \approx 20{,}1\text{ cL}$$

Notre verre a un volume de 20,1 cL avec ces dimensions intérieures :

20,1 > 20 donc cela respecte les contraintes (au moins 20 cL).

Juliette 205

Sachant que le verre doit avoir une épaisseur de 2 mm (0,2 cm), les dimensions finales de notre verre sont :

$r = 3 + 0,2 = 3,2$ cm (soit un diamètre de 6,4 cm)

$R = 3,8 + 0,2 = 4$ cm (soit un diamètre de 8 cm)

$h = 5,5 + 0,2 = 5,7$ cm.

Ainsi avec ces dimensions, la contenance du verre est d'au moins 20 cL.

Combien de verres de ce type pouvons nous empiler pour avoir une pile d'au plus 40 cm ?

On sait que les verres ont une épaisseur de 0,2 cm. On sait aussi qu'ils ne pourront pas parfaitement s'embriquer les uns dans les autres. On prévoit alors un espace de 1,2 cm (épaisseur comprise) on notera arbitrairement cet espace p.

Soit n le nombre de verres et H_n la hauteur de la pile.

H_n = Hauteur du 1^er verre $+ (n-1) \times p \leq 40$.

On résoud l'inéquation :

$5,7 + (n-1) \times 1,2 \leq 40.$

$5,7 + (n-1) \times 1,2 - 5,7 \leq 40 - 5,7$

$(n-1) \times 1,2 \leq 34,3$

$n - 1 \leq \frac{34,3}{1,2}$

$n - 1 \leq 28,58$

$n \leq 29,58.$

Donc on peut empiler au maximum 29 verres.

Vérification : $5,7 + (28 \times 1,2) = 5,7 + 33,6 = 39,3$ cm.

$39,3 < 40$ donc la pile respecte bien la contrainte d'être inférieure à 40 cm. (cela peut varier en fonction de p mais 1,2 cm est une valeur que j'ai choisie et que je trouve assez générale et réaliste).

Quel est le volume de cette pile ?

Je suppose qu'on ne cherche pas à additionner le volume des verres de la pile mais plutôt le volume total de l'espace occupé par la pile dans le placard. Selon moi, on représente la pile par un cylindre qui l'enveloppe complètement.

Formule du cylindre : $\pi \times R^2 \times h$

avec $R^2 \rightarrow$ rayon le plus large du verre soit 4 cm

et $h \rightarrow$ hauteur de la pile = 39,3 cm.

Donc $V_{pile} = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 4^2 \times 39,3 \approx 1975,6 \text{ cm}^3$

Le volume de cette pile est de $1975,6 \text{ cm}^3$ à peu près soit 1,975 L ou 197,5 CL.

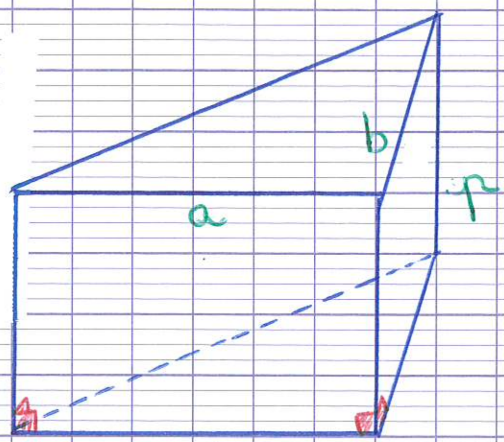
Ainsi, le verre de "cône coupé" respecte les critères principaux à savoir :

- il est empilable
- On peut empiler 29 verres pour 1 pile de moins de 40 cm
- Il est assez solide (épaisseur de 2 mm)
- Il est utilisable
- Il a une contenance d'au moins 20 CL (20,1 CL).

Problème Résco. (bis)

Recherches :

=> schéma du verre :



=> doit contenir au moins 20cl.

Aire du triangle $= \frac{a \times b}{2}$

Je nomme p la profondeur du verre :

↳ Vol. triangle $= \frac{a \times b}{2} \times p$

=> On veut ici : $V \geq 200\ cm^3$

↳ Sachant que $a = b$ (puisqu'il s'agit de la moitié d'un carré), cela serait à :

$\frac{a^2}{2} \times p$ (↳ ≥ 200)

Prenons : $a = 8cm$ et $p = 7cm$

$\frac{8^2}{2} \times 7 = \frac{64}{2} \times 7 = 32 \times 7 = 224\ cm^3 = 22,4\ cl$

dimensions finales :

- côtés perpendiculaires = 8 cm
- hypoténuse = $8\sqrt{2} \simeq 11{,}3$ cm
- profondeur = 7 cm.

⇒ Combien peut on en empiler (40 cm de hauteur au plus)?

(rebords = 2 mm = 0,2 cm)

- Quand on empile les verres :

  - le premier mesure toute sa hauteur (= 8 cm)
  - chaque verre supplémentaire ne rajoute que l'épaisseur du rebord (0,2 cm).

↳ Je nomme h la hauteur totale pour n verres :

$h = 8 + (n-1) \times 0{,}2$.

On veut ici : $h \geq 40$

Je calcule : $8 + (n+1) \times 0{,}2 \leq 40$

$-8 + 8 + (n+1) \times 0{,}2 \leq 40$

$(n-1) \leq \frac{40}{0{,}2}$

$n - 1 \leq 160$

$n \leq 161$

→ la pile fera exactement 40cm.

→ On pourra empiler 161 verres sans dépasser les 40 cm de hauteur imposés.

=> Volume de cette pile de verres :

Je sais que la base est un triangle rectangle de côté 8 cm : Aire base = $\frac{8 \times 8}{2}$ = $32 cm^2$.

-> La pile forme un prisme triangulaire :
- Aire base = $32 cm^2$
- hauteur = 40 cm

DONC : $V = 32 \times 40$
$V = 1280 cm^3$

-> Cette pile de verres aura pour volume $1280 cm^3$.