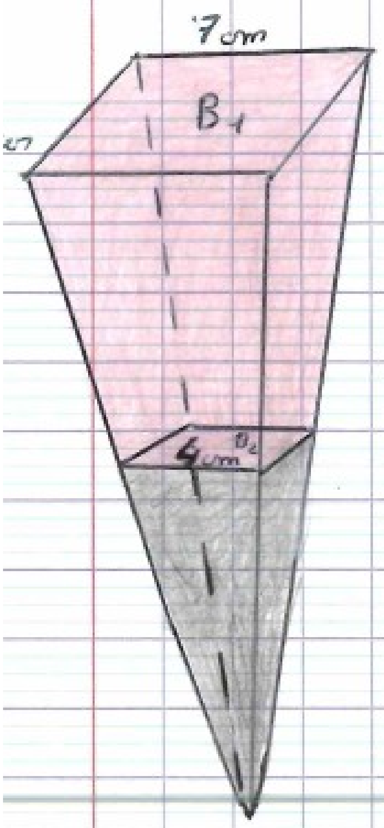


Notre verre est une pyramide tronquée à base carré.
Or pour calculer le volume d'une pyramide tronquée à base carrée, nous faisons :

$$V = \frac{h}{3} \left(B_1 + B_2 + \sqrt{B_1 \times B_2} \right)$$

avec B_1 = aire du grand carré (haut du verre)
et B_2 = aire du petit carré (bas du verre)
Ici, la seule variable inconnu est la hauteur, nous faisons donc :

$$h = \frac{3 \times V}{B_1 + B_2 + \sqrt{B_1 \times B_2}} = \frac{3 \times 200}{{}^2 + 4^2 + \sqrt{7^2 \times 4^2}} = 6{,}45 \text{ cm}$$

Donc pour obtenir un verre de contenu 200 cm³ (pour les 20 cl il faut donc une hauteur de 6,45 cm.
Maintenant, pour calculer, le volume total du verre, nous ajoutons les 2 mm d'épaisseur de verre :

$$V_E = \frac{h_E}{3} \times \left(B_{1E} + B_{2E} + \sqrt{B_{1E} \times B_{2E}} \right)$$

$$\Leftrightarrow V_E = \frac{6{,}65}{3} \times \left(7{,}4^2 + 4{,}4^2 + \sqrt{7{,}4^2 \times 4{,}4^2} \right) = 236{,}5 \text{ cm}^3$$

Donc le volume total occupé par un verre est de 236,5 cm³, nous avons donc une perte de 36,5 cm³ dû à l'épaisseur du verre.

Maintenant, nous devons calculer la hauteur que prend le verre supplémentaire après empilement. Pour cela, nous commençons par calculer la pente.
Or nous savons que la largeur diminue de 3 cm sur une hauteur de 6,45 cm. Donc sur une côté :

$P = \dfrac{6,45}{1,5} = 4,3$

Maintenant que nous avons notre pente, nous allons nous occuper à partir de quelle hauteur le "blocage" se fait.
Nous savons que sur un coté, la paroi du verre qui va être empilé est de 0,2 cm supplémente au verre inferieur.
Donc : $h_{blocage}$ = Ecart necessaire $\times$ P
$\Leftrightarrow$ $h_{blocage} = 0,2 \times 4,3 = 0,86$ cm
Donc chaque verre supplémentaire empilé fera gagner 0,86 cm à la hauteur du fond du verre à lequel il a été empilé. Pour obtenir la réelle hauteur il faut donc rajouter l'épaisseur de 2 mm du fond du verre ce qui fait en réalité une hauteur supplementaire de 1,06 cm.

Maintenant nous devons calculer combien de verres nous pouvons empiler. Nous savons que pour empiler les verres, nous ne devons pas dépasser les 40 cm de hauteur.
Avec le 1er verre, de hauteur 6,65 cm, il nous reste 33,35 cm à remplir. Pour savoir le nombre de verres que nous pouvons ajouter, nous faisons :
$\dfrac{33,35}{1,06} \approx 31,46$ verres
Nous pouvons donc empiler 31 verres supplementaires, donc avec le 1er verre, cela nous fait des empilements de 32 verres

$\dfrac{1000}{32} = 31,25$ piles

Nous devons faire 32 piles que nous devons répartir dans l'armoire.
Mais nous choisissons de faire 30 piles avec les 40 autres ~~verres~~ verres que nous mettons de coté

Pour savoir les différentes positions d'empilement dans l'armoire, nous devons donc utiliser les diviseurs de 30 dans $\mathbb{N}$ qui sont :

$\{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$

Nous avons donc comme possibilités de rangement :

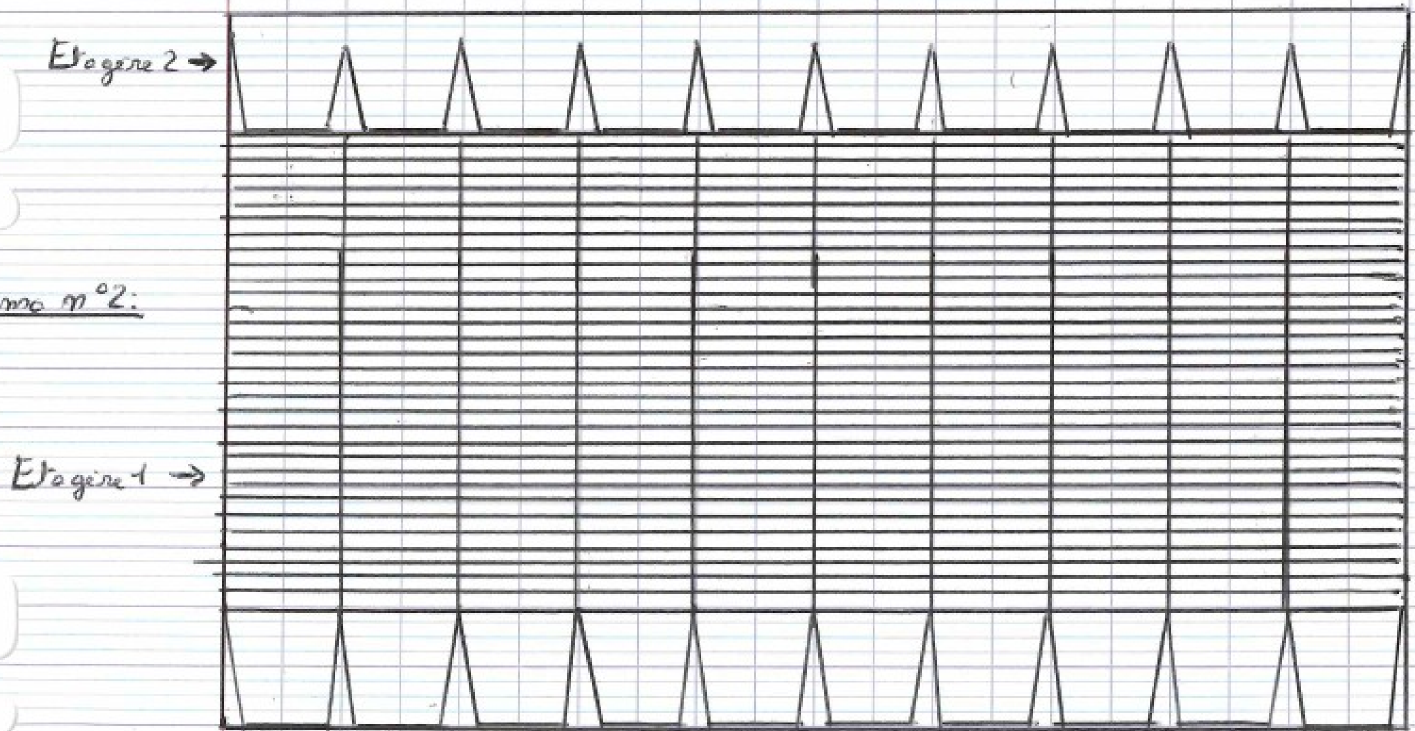
- 1 ligne de long X 30 de large
- 2 lignes de long X 15 de large
- 3 lignes de long X 10 de large
- 5 lignes de long X 6 de large
- 6 lignes de long X 5 de large
- 10 lignes de long X 3 de large

15 lignes de long X 2 de large

30 lignes de long X 1 de large

Nous choisissons donc de faire 3 ligne de long avec 10 lignes de large car 10 diviseur communs de 30 mais également de 40 (les verres qui nous restent)

Schéma n°2:



Pour calculer le volume pris par les verres, nous calculons d'abord le volume du 1^er verre de la pile x30 (10 de large)
ce qui fait 7095 cm³
Pour calculer le volume pris par les verres empilés, nous supposons que cette espace peut être modélisé par un pavé droit.
donc $V_E = 74 \times 22,2 \times 32,86 = 53\,982 \text{ cm}^3$
Donc le volume pris par les verres dans la 1ère étagère est de 61 077 cm³
Il nous reste le volume pris sur la deuxième étagère :
$236,5 \times 40 = 9\,460 \text{ cm}^3$
Donc le volume total pris par les verres est de 70 537 cm³

Pour le volume de l'étagère, nous faisons :
V =