

Groupe Z – Classe 66 : M1 MEEF 2nde degré de l'Inspé de Tours (M. Beck)

des Poissons

Infos:

- 100 introduits (50 ♀, 50 ♂)
- reproduction 50/50 → 3 ans ♀ et 2 ans ♂
- 30 œufs par couple (bibé)
- les truites meurent à 6 ans
- quotas en kg et taille → but en kg
- 10 000 truites max
- évolution des quotas au cours du temps

Objectif: faire varier la taille pour obtenir la masse pêchée en 9 ans.

$$M_0: 100 \rightarrow \text{masse} : 34\,000$$

$$M_1: \frac{30}{2} \times (100 - p) + (100 - p) \rightarrow \text{masse} : \frac{30}{2} (100 - p) \times 80 + (100 - p) \times 500$$

→ Sites:

(M_n) : nombre de poisson à l'année n , $\forall n \in [0, 20]$ → dépend de (Q_n)

(m_n) : masse pêchée au bout de l'année n → dépend de (Q_n)

(q_n) : "quota de pêche" (nb de poisson qu'on peut pêcher à l'année n) → qui ont la bonne taille

→ quota fixe, qui ne varie pas selon les années.

$$\begin{aligned}
 M_0 &= 100 \rightarrow \text{nb de truites introduites au départ} \\
 M_1 &= 16M_0 - q = M_1 - (100 - q) = \underbrace{\frac{30}{2} \times M_0}_{\text{reproduction}} + (M_0 - q) \rightarrow \text{on suppose pas de pêche à 0 an} \\
 M_2 &= M_1 + (100 - q_1) \times 15 - q_2 \\
 M_3 &= M_2 + (100 - q_2) \times 15 - q_3
 \end{aligned}$$

Groupe Z – Classe 67 : Licence RENF G1 de l'Inspé de Carcassonne (Mme Vialaneix)

Pêche aux Truites

1165
400F qui font des truites par an

50
30M 20F

100
50M 50F

900 + 13500

Année 1 → ~~1000~~ 50 x 30 = 1500
- 1500 poissons
750F 750M
250 + 250
50 50
800F 800M
- 1600 poissons
400 500

Année 2 → 750M 750F
+ 50 + 50
800 800
- 1600
- 1600
Total = 3100

Année 3 → 750 750
1500 + 1500
= 4600
100 - 20 = 800
750 x 30 = 22500 truites
200F - 6000 truites

Année 4 → 10000
5000
1000
1000

Année 5 → tout les 2 ans au début puis tous les ans

Pêche aux truites

Année	Truites F	Truites M	Total	
0	50	50	100	50 enlever (25F, 25M)
1	750 25	750 25	1550	
2	375 775	375 775	2300	A partir de 2 ans on en garde 100 (50F, 50M)
3	375 1150	375 1150	3050	
4	750 425	750 425	2350	
5	1500 475	1500 475	3950	
...	

Groupe AA – Classe 68 : M1 MEEF 2nde degré de l'Inspé de Lyon (Mme Yvain et M. Mercat)

Merci pour vos réponses à nos questions. Nous avons été globalement confirmés dans nos hypothèses.

Il y a certains éléments dont nous n'avons pas encore su quoi faire. Par exemple

- «une truite vit entre 4 et 6 ans» et «la survie des femelles est meilleures (50%) que celle des mâles (30%)»

ça ne nous dit pas vraiment quelles sont les causes de mortalité des truites d'une année sur l'autre (pas seulement la 1ère année). Comment avez-vous obtenu ces données, sont-elles fiables, comment prendre ça en compte?

Vous parlez également du «taux de survie d'une truite pour l'année suivant», comment voyez-vous les choses?

En tout cas de notre côté, nous avons considéré qu'on allait modéliser la situation par des suites. On s'est rendu compte qu'il fallait en fait de nombreuses suites. Nous avons commencé par vouloir faire à la main des calculs et on a vu rapidement que passées les 4 premières années, on avait trop de choses à prendre en compte, on s'est donc rabattu sur un tableur pour la majorité, un programme en python pour d'autres.

Nous ne suivons pas mâles/femelles mais considérons, comme la relance nous l'indique, qu'il y a moitié-moitié. Nous avons donc construit un tableur qui va suivre la population des truites, avec 6 colonnes, pour chaque âge des truites de 0-1 à 5-6 ans, en été, et ce pour chaque année représentée par une ligne.

Il s'agit maintenant d'expliquer les décisions que nous avons prises pour les formules peuplant ces cellules de tableur:

Une est simple: Ce sont les alevins à l'année $n+1$ qui sont $2000 \times \text{pondeuses}$ où pondeuses est la moitié (seules les femelles pondent) de la somme des populations à l'année n de plus de 3 ans. Puis "1-2" c'est $30/2000 \times \text{alevins}$ à l'année n .

Nous avons, pour commencer, négligé la pêche et la mortalité, ce qui fait qu'on décale simplement les cases, en éliminant simplement les vieilles truites. On a vu que ça explosait, bien-sûr, 30 est un grand nombre, rapidement on a vraiment beaucoup de truites.

Nous comprenons bien qu'il va falloir prendre en compte la mortalité, le maximum imposé par le milieu (10 000) et la pêche. C'est l'étape suivante de notre réflexion:

Pour prendre en compte la pêche, nous avons considéré que chaque population allait être ponctionnée proportionnellement au quota et à la population. Il a donc fallu faire une colonne spéciale des truites "pêchables" suivant le critère de pêche de l'année, que nous considérons simplement sur la taille, et en simplifiant cette caractéristique par l'âge des truites: nous autoriserons donc, chaque année, la pêche d'un certain quota de truite d'un certain âge (par exemple celles de plus de 4 ans, c'est-à-dire de plus de 35cm). Ainsi, pour passer d'une population de truite à l'année n d'un âge donné, on ne fait plus que la décaler, à droite et vers le bas, mais on ponctionne également une proportion du quota, c'est-à-dire qu'on multiplie par $(1 - \text{quota}/\text{pêchables})$.

Prendre en compte l'écosystème ne nous paraît vraiment pas facile du tout. Nous comprenons bien que ce sont les grandes truites qui vont manger leurs propres alevins parce qu'elles sont trop nombreuses, mais nous ne voyons pas vraiment comment prendre ça en compte, peut-être simplement en prenant le minimum pour les truites de "1-2", entre $30/2000 \cdot \text{alevins}$ et ce qu'il faut pour que la population totale soit exactement 10 000 à l'année en cours, mais on ne voit pas trop comment faire, $\min(30/2000 \cdot \text{alevins}, 10000 - (\text{plus de 1 an}))$? On pourrait aussi considérer que toutes les truites seraient touchées par la famine, pas seulement les alevins qui se feraient manger, il faudrait alors avoir un "taux de survie" qui dépend de la population totale?

Mais nous n'avons pas encore commencé à prendre en compte ce taux de survie. Peut-être que ce n'est pas si important? Certains ont essayé et maintenir une population stable, qui n'explose pas, qui ne s'éteint pas, est difficile!

Voilà où nous en sommes de nos réflexions. Et vous?

On a essayé de faire une pêche à 75% car on voyait que ça n'éteignait pas les truites.

On a vu que ce n'était pas suffisant pour "exploser", on a donc fait varier ce taux, mais on ne réussit pas à être stable.

On a essayé de faire varier les quotas, de limiter à 10000 en jouant sur les alevins. Dans tous les cas, on avait une explosion. Pour jouer sur les alevins, on a rencontré une définition circulaire des cellules?

On a tenté de pêcher après 3-4 ans. Le quota de 1/2 était trop élevé, les truites se sont éteintes.

30 œufs par reproductrices font que limiter le nombre de reproductrices à 100 est suffisant. Mais techniquement, nous n'avons pas réussi à rentrer une formule qui implémente cette idée.

Pêcher à partir de 3 ans n'est pas suffisant.

Finalement pêcher de 2 à 6 ans. Quota pour que la population se stabilise

On alterne 75% - 85% et ça stabilise la population >1an autour de 9000.

Les programmeurs en Python:

61% de quota pour les truites dès 1 an. stabilise autour de ... Mais en fait le quota par année n , est pas faisable.?

Par mois pour être sûr que les truites pêchées ne soient pas comptées comme reproductrices en hiver. Quota: 34 cm semble stabiliser la population.

6 suites. Ratio population/pêchables. Une fonction indicatrice pour chaque année pour tester toutes les possibilités de permission de pêches.

La pêche à la truite ResCo 2025

La production des étudiant-es du M1 MEEF Math de l'INSPÉ de Lyon 2025.

Les choix de modélisation [Tableur](#)

Personne ne s'est posé la question d'une configuration stable de truites de manière théorique...

Amandine, Amira, Elsa, Inès

Années	« 0-1 »	« 1-2 »	« 2-3 »	« 3-4 »	« 4-5 »	« 5-6 »	Total	Mâle	female	Reproductrice	Pêchables
--------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	-------	------	--------	---------------	-----------

Raja, Lucien, Sofiane

Année	« 0-1 »	« 1-2 »	« 2-3 »	« 3-4 »	« 4-5 »	« 5-6 »	Traités mortes	Nbr reproductrices	Nbr alvines	Nbr truites total	Nbr truite pêchées
n	T1	T2	T3	T4	T5	T6	SOMME(H1:H[n-1]) + G3	SOMME(E3:G3)	SOMME(E3:G3) * 30	SOMME(B3:G3)	M

On a essayé de faire une pêche à 75 % car on voyait ça n'éteignait pas les truites.
On a vu que ce n'était pas suffisant pour « exploser » on a donc fait varier ce taux, mais on ne réussit pas à être stable.

On a essayé de réaliser une pêche à 76 % à partir de la 4ème année pour des truites de 3 à 6 ans
Au final une pêche à 76 % a été décidé pour toute l'année.

Lien tableur: https://docs.google.com/spreadsheets/d/1YQhuoYYY_0JQUCCgb98X5rk76HGQV1G9gVEZISZmva4/edit?usp=sharing

Alexandre, Franck, Julien, Ilona

Alex : <https://bexandre.alwaysdata.net/ResCo%20Alexandre%20Bali.ipynb> (à téléverser sur [Jupyter Notebook](#))

Kellian, Oscar, Esteban :

Clara Jeremy [Emilije](#) Clarisse

Amandine, Amira, Elsa, Inès

Explications :

On ne pêche rien les deux premières années. La troisième année (année 2 dans le tableau), on pêche les 100 poissons qui vont mourir naturellement. Il est normal de pêcher les poissons qui arrivent en fin de vie afin de ne pas "gâcher" de poissons.

On ne pêchera jamais les poissons de moins de 2 ans car ils n'ont pas encore assez vécu.
A partir de la 4ème année (année 3 dans le tableau), on pêche chaque année :

- 25% des poissons de 2-3 ans
- 90% des poissons de 3-4 ans
- 90% des poissons de 4-5 ans
- tous les poissons de 5-6 ans

Grâce à ces quotas, le total reste bien inférieur à 10000 par année et nous permet d'obtenir un nombre d'environ 29000 poissons pêchés.

- la 3ème année : 100 poissons d'une taille de 42-48cm
- la 4ème année : 375 poissons d'une taille de 20-28cm
- la 5ème année : 375 poissons d'une taille de 20-28cm, 1012 poissons d'une taille de 28-36cm
- la 6ème année : 375 poissons d'une taille de 20-28cm, 1012 poissons d'une taille de 28-36cm, 101 poissons d'une taille de 36-42cm
- ...
- la 20ème année : 845 poissons d'une taille de 20-28cm, 1719 poissons d'une taille de 28-36cm, 53 poissons d'une taille de 36-42cm, 22 poissons d'une taille de 42-48cm

Julien, Chayma, Abdou-rahmane (et Alexandre):

En fixant le taux de mortalité à 4 % du nombre de truites dans la rivière [Kamo](#) , on essaie de stabiliser le nombre de truites à 10000 dans la rivière pendant 20 ans en prenant en compte le nombre d'alevins qu'il y a dans la rivière chaque année avec des nouvelles truites reproductrices

Cherchons s'il existe une population stable de truites avec un quota q fixe. Disons qu'on pêche à partir de 3 ans. Soient a_0 le nombre d'alevins, a_1 le nombre de truites d'1 an, a_2 de 2 ans... a_s de 5 ans. μ le coefficient de survie d'une année à l'autre pour les truites de plus d'un an, considéré comme constant (ce qui n'est sans doute pas vrai).

$$a_0 = 1000 \times (a_s + a_4 + a_5)$$

$$a_1 = 30 \times a_0 / 2000$$

$$a_2 = \mu \times a_1$$

$$a_3 = \mu \times a_2$$

$$a_4 = \mu \times a_3 \times (1 - q / (a_3 + a_4 + a_5))$$

$$a_5 = \mu \times a_4 \times (1 - q / (a_3 + a_4 + a_5))$$

On voit qu'on arrive à une contrainte non linéaire mais comme les populations sont fixes, on peut transformer le quota en pourcentage de la population $0 < \mu' = \mu \times (1 - q / (a_3 + a_4 + a_5)) < \mu$
On arrive ainsi à la formulation matricielle (en éliminant le nombre d'alevins) des [yep](#) associés à la [yap](#) 1 de la matrice $MA = A$ avec M la matrice

0	0	15	15	15
μ				
	μ			
		μ'		
			μ'	

Son polynôme caractéristique est $X^5 - 15\mu^2(X^2 + \mu'(X + \mu'))$ et a 1 comme racine [ssi](#)

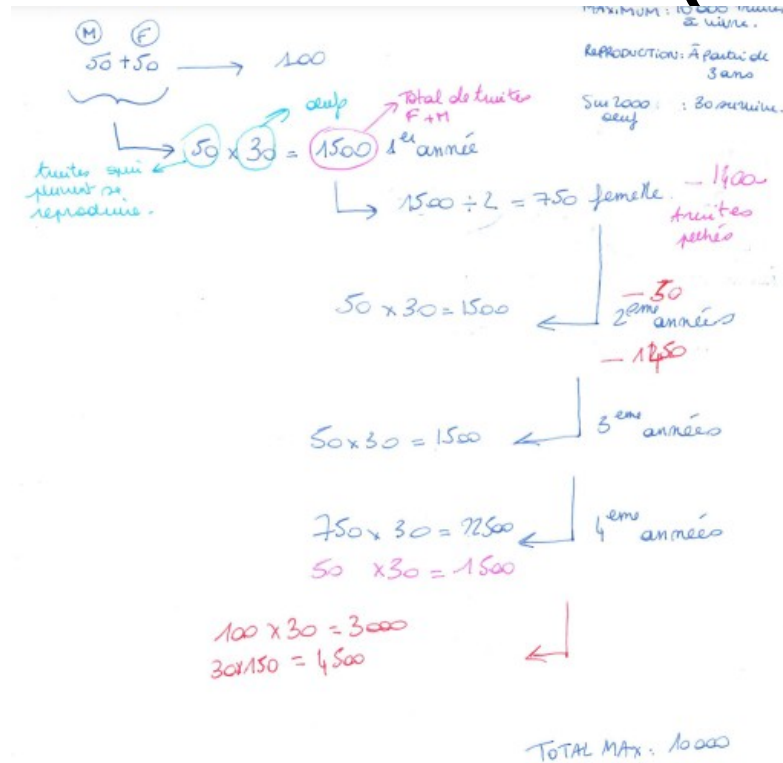
$1 = 15\mu^2(1 + \mu' + \mu'^2)$ et le discriminant de ce trinôme est positif quand $\mu < \sqrt{1/45} \approx 0.15$ ce qui est faible ! Les 30 truites d'1 an seraient ainsi $30/45 = 2/3 < 1$ à trois ans, ce qui n'est pas suffisant pour assurer la survie de l'espèce. Donc soit la population s'éteint, soit nous n'aurons pas de solution stable (pêche ou pas pêche) sans faire jouer l'éco-système à 10000.

On oublie donc les 30 alevins par pondeuse, la population a_1 est donc $10000 \cdot (a_2 + a_3 + a_4 + a_5)$, qui donne un problème affine pour une nouvelle matrice $MA = (10000, 0, 0, 0, 0)$

1	1	1	1	1
$-\mu$	1			
	$-\mu$	1		
		$-\mu'$	1	
			$-\mu'$	1

Ce qui amène à $(1 + \mu + \mu^2 + \mu^2\mu' + \mu^2\mu'^2)a_1 = 10000$ soit à la solution triviale 2000 truites par année sans pêche ni mortalité.

Groupe AA – Classe 69 : Licence RENF G2 de l'Inspé de Carcassonne (Mme Vialaneix)



idée :
 50 femelle qui se
 reproduisent
 tous les ans.